# L'ONDE ÉLECTRIQUE

UBLICATION DEVELOPMENT AND

### SOCIETE DES AMIS

intendential interpretation of LA transplantation of the last transportation of the last transportatio

# T.S.F.



### SOMMAIRE

C. R. BURCH, B. A. et Ir.-J. BLOEMSMA Une application du périodogramme à la T. S. F.

L. BOUTHILLON

Optique et Radioélectricité.

P. AMYE

Les phénomènes de résistance négative dans les lampes à deux grilles. Production et utilisation du phénomène.

3° Conférence nationale de T. S. F. tenue à Washington du 6 au 10 octobre 1924.

Chronique du mois -:- Analyses

Étienne CHIRON. Éditeur

## L'ONDE ÉLECTRIQUE

Revue mensuelle publiée par les Amis de la T. S. F.

ABONNEMENT D'UN AN

30 fr.

Étienne CHIRON ÉDITEUR

40, RUE DE SEINE, PARIS CHÈQUES POSTAUX: PARIS 53-35

PRIX

DU NUMÉRO : 3 francs Tél : FLEURUS 47-49

#### DE AMIS DES SOCIETÉ

Adresser la correspondance administrative et technique à

M. MESNY, secrétaire général 21, rue Jacob, Paris-6º

Paiement des cotisations à M. ATTHALIN, trésorier Banque de Paris et des Pays-Bas

3, rue d'Antin, Paris-2e Compte de chèques postaux nº 697-38

Les correspondants sont priés de rappeler chaque sois le numéro d'inscription porté sur leur carte. CHANGEMENTS D'ADRESSE : Joindre 0.50 à toute demande.

#### PATRONAGE COMITÉ

+ Georges LEMOINE, président de l'Academie des Sciences.

† L.-E. BERTIN, vice-président de l'Académie des Sciences.

Alfred LACROIX, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences.

Emile PICARD, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences.

Henri DESLANDRES, ancien président de

l'Académie des Sciences. BLOT-GARNIER, président de l'Union des Horlogers de France.

Henri BOUSQUET, président du Conseil d'administration de la Compagnie Générale de Télégraphie sans Fil.

Gabriel CORDIER, président de l'Union des Industries métallurgiques et minières. J. DAL PIAZ, président du Conseil d'ad-

ministration de la Compagnie Générale Transatlantique.

S. DERVILLE, président du Syndicat des Chemins de fer de Ceinture de Paris.

Charles FERRAND, président de la Chambre syndicale des Constructeurs de Navires.

Hubert GIRAUD, administrateur-délégué de la Société Générale de Transports Maritimes à Vapeur.

Société des Ingénieurs Coloniaux.

J. LE CESNE, président de l'Union Coloniale française.

Raynald LEGOUEZ, président de l'Union des Syndicats de l'Electricité.

A. MESSIMY, ancien ministre.

Denis PÉROUSE, président du Syndicat des Armateurs de France.

J.-B. POMEY, inspecteur général des Postes et Télégraphes.

DE PARAITRE VIENT

# LA ZINCITE

ET LES

## MONTAGES CRISTADYNES

LAFOND Par Pierre

PRIX: 1 FR. 50

Étienne CHIRON, éditeur, 40, rue de Seine, PARIS-6°

### UNE APPLICATION DU PÉRIODOGRAMME A LA T. S. F. (1)

Par C. R. BURCH, B. A. et Ir. J. BLOEMSMA, Ing. E. S. E.

#### SOMMAIRE

Bien qu'il soit d'usage courant de considérer les appareils récepteurs en T. S. F. en fonction de leurs courbes de résonance, on considère généralement les signaux d'une part, les atmosphériques d'autre part, comme des phénomènes se passant dans le temps. Dans les représentations graphiques on rencontre, dans un domaine, portées en abscisses, les longueurs d'onde ou les fréquences, tandis que dans l'autre domaine on voit invariablement les phénomènes représentés en fonction du temps.

Grâce à l'appareil mathématique des équations différentielles du second ordre à coefficients constants, on est arrivé à faire la théorie complète, ou à peu près, des phénomènes à la réception. Aussi, dans ce qui suit, nous ne nous proposons pas de donner une théorie nouvelle. Tous les résultats que nous mettrons en évidence ont déjà été obtenus par d'autres moyens.

Cependant, si nous offrons notre étude à la publicité, c'est pour les raisons suivantes :

D'abord, elle a des avantages sur les théories connues, puisqu'elle représente tous les phénomènes à la réception d'une façon homogène. Elle introduit les récepteurs au moyen de leurs courbes de résonance, et elle considère également les signaux et les atmosphériques qui agissent sur ces récepteurs comme décomposés en spectre de fréquences. En un mot, elle représente les phénomènes électriques par leur périodogramme.

En second lieu, dès qu'on s'est un peu familiarisé avec elle, elle donne à l'esprit un moyen simple et fécond de saisir physiquement les phénomènes, sans qu'on ait besoin de recourir aux équations différentielles du second ordre, qui sont souvent assez pénibles à discuter.

En dernier lieu, elle nous a amenés à une théorie nouvelle des

<sup>(1)</sup> D'après un article semblable des mêmes auteurs dans le *Philosophical Magazine*, S. 6, vol. 49, n° 290, feb. 1925, y communiqué par le Dr. W.-H. Eccles, F. R. S.

appareils limiteurs d'atmosphériques qu'on place souvent avant l'appareil récepteur proprement dit, et dont on a bien remarqué depuis longtemps que les avantages sont plutôt illusoires. Notre théorie, en mettant bien en évidence les causes principales de la gène causée par les parasites, montre très naturellement pourquoi on ne peut, en général, s'attendre à un résultat appréciable avec un limiteur.

Pour bien montrer les possibilités de la méthode, nous avons donné, dans ce qui suit, les périodogrammes, avec le moyen de les évaluer, des formes d'atmosphériques qu'on rencontre le plus souvent, et des principaux signaux Morse. Nous avons examiné la meilleure forme de la courbe de résonance d'un récepteur, qui se trouve être aplatie aux pentes verticales, et nous avons discuté l'effet de la réception hétérodyne. Nous avons aussi fait quelques remarques sur l'antenne ouverte et le cadre au point de vue de la diminution des troubles causés par les atmosphériques. Le dernier n'a pas d'avantages sur le premier, à part ses qualités directives, que nous ne considérons pas. Nous avons démontré l'existence d'une valeur limite pour le rapport

signal qui ne peut être dépassée.

### I. - INTRODUCTION MATHÉMATIQUE

C'est une expression presque vulgaire qui dit qu'une oscillation non-périodique « contient toutes les fréquences ». Nous allons dans la suite lui assigner une signification quantitative, pour en tirer des conclusions sur la façon dont les systèmes oscillants réagissent sur une excitation apériodique.

Depuis que cette étude a été complétée, un livre a paru qui traite la même question d'une façon très rigoureuse (¹). Pourtant nous ne nous bornerons pas seulement à y renvoyer le lecteur, d'abord parce que cela nuirait à l'unité de cette étude, et puis parce que notre méthode quoique traitant le même problème, l'attaque d'une façon différente et plus simple. De plus, elle insiste sur quelques détails, dont l'étude nous a amenés à des applications pratiques intéressantes, voire les discontinuités de la fonction qui représente l'oscillation non-périodique.

Que l'oscillation non-périodique soit donnée par E = f(t), qu'elle

<sup>(1)</sup> Dr. A Koerts, Atmosphaerische Storungen in der drahtlosen Nachrichtenübermittlung Hochfrequenztechnik. Band I

dure de t=0 à  $t=+\infty$ , qu'elle soit finie et uniforme pour toute valeur de t, que la fonction soit restreinte à un type qui peut être développé en série de Fourier, ceci impose des conditions à la fonction. Par exemple, il suffirait qu'elle eût un nombre fini de maxima, minima et discontinuités dans tout espace fini de t, et qu'elle diminue vers  $t=\infty$  plus vite que  $t^{-1}$ .

Alors le périodogramme de la fonction f existe comme la limite d'une somme.

**Définition**. — Le périodogramme de E=f(t) est une fonction complexe  $X_q=a_q+ib_q$ 

de f(t) et du paramètre q, définie par :

$$X_q = \int_0^\infty f(t) \, \epsilon^{iqt} \, dt$$

où  $\varepsilon$  est la base des logarithmes népériens et  $i = \sqrt{-1}$ ;  $X_q d_q$  représente en grandeur et en phase  $\pi$  fois la variation de E, pour une variation dq de q puisqu'on peut écrire :

(1) 
$$E = \text{partie r\'eelle de } \frac{1}{\pi} \int_0^\infty X_I \cdot \varepsilon^{-iqt} \, dq$$

$$[X_q]^2$$
,  $dq = (a_q^2 + b_q^2) dq$ 

est égal à  $\pi$  fois la variation de  $\int_0^\infty \mathbf{E}^2.4t$  pour une variation dq de q,

(2) et 
$$\int_0^\infty \mathbf{E}^q \cdot dt = \frac{\tau}{\pi} \int_0^\infty |\mathbf{X}_q|^q \cdot dq.$$

On trouve les égalités (1) et (2) en traitant une fonction f, de durée limitée  $t_1$  selon la méthode indiquée par Fourier et en y faisant ensuite  $t_1 = \infty$ .

Par définition une fonction détermine sans ambiguïté son périodogramme. De (2) il résulte aussi qu'un périodogramme n'a qu'une seule fonction correspondante. En effet, il est facile à voir que si deux fonctions différentes avaient le même périodogramme, il existerait une fonction E<sub>1</sub> qui serait la différence des deux, et dont le périodogramme serait égal à o pour toutes les valeurs de q. Mais alors selon (2)

$$\int_0^\infty E_i^2 dt = 0$$

et E<sub>1</sub>=0 pour toute valeur de t. Les deux fonctions sont donc identiquement égales.

Le sujet a été traité par lord Rayleigh (¹). Il démontre que, quand une fonction a un certain périodogramme, et qu'on fait subir à la fonction une opération qu'on appelle si bien en anglais: « smoothing », ce sont les  $\mathbf{X}_q$  pour les grandes valeurs de q qui disparaissent. Par contre, si on opère de la même façon sur le périodogramme, on annule la fonction équivalente f pour les grandes valeurs de t. « Smoothing » veut dire faire disparaître les aspérités.

Dans les problèmes de T. S. F., E pourra représenter toute grandeur électrique (force électrique, courant, charge). Quand on veut employer la notion du périodogramme pour en déduire l'allure d'une quelconque de ces grandeurs Q dans un système oscillant, il est indispensable de considérer en même temps une autre fonction complexe:

$$Y_{q(Q,1)} = x_q + iy_q$$

des constantes du circuit et du paramètre q.

**Définition.** — Nous ne considérerons que des systèmes qui ont pour toute oscillation libre possible, un facteur d'amortissement fini et positif. Dans ces systèmes, alors  $Y_{q(Q,E)}$  est défini de telle sorte que si E était périodique, et égal à la partie réelle de  $F_0$ .  $e^{iqt}$ , Q dans la branche du système qu'on veut considérer, qui n'est pas nécessairement celle dans laquelle E agit, serait, après un temps infini, représenté par la partie réelle de :  $Y_q \cdot F_0 e^{iqt}$ .

Par exemple, dans un circuit contenant de la résistance, de la self-induction et de la capacité (R. L. C.), si E est la tension induite, et si nous désirons examiner le courant (Q) nous trouvons :

$$Y_q = \frac{iq C}{1 - q^2 LC + iq CR}$$
.

Si E = f(t), Q peut être représenté par la

(3) partie réelle de 
$$\frac{\mathbf{I}}{\pi} \int_0^\infty z^{-iqt} \cdot \mathbf{X}_q \cdot \mathbf{Y}_q \cdot dt$$
.

Cette expression est difficilement abordable par l'analyse, et ne se prête pas bien au calcul numérique, surtout dans le cas, malheureusement trop souvent fréquent en physique théorique, où les formules analytiques n'expriment pas exactement les conditions physiques.

<sup>(1)</sup> Remarks concerning Fourier's theorem as applied to Physical problems Phil. Mag., vol. XXIV, 1912, pp. 864-869

Bien que cette difficulté puisse ôter presque tout son intérêt à l'intégrale (3), l'expression moins générale

(4) 
$$\int_{0}^{\infty} Q^{2} . dt = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} |X_{q}|^{2} . |Y_{q}|^{2} . dq$$

nous sera toujours une base pour le calcul numérique.

On déduit (3) et (4), de la mème façon que celle qui a été indiquée pour (1) et (2), en les considérant comme des formes limites des développements en série de Fourier ordinaires. On considère ordinairement en analyse une fonction durant de  $-t_1$  jusqu'à  $+t_1$ . Si maintenant on impose la condition que la fonction soit nulle de  $-t_1$  à o et qu'ensuite on fasse croître  $t_1$  infiniment, on obtient (3) et (4).

En calculant Q, dans ce cas, il est seulement nécessaire de considérer l'intégrale particulière (vibration forcée), puisque la fonction complémentaire (vibration libre) a dù s'annuler pendant l'intervalle de  $-t_1$  à zéro, quand  $t_1 = \infty$ .

 $N.\ B.\ -\int_0^\infty Q^2\ \mathrm{d}\,t$  est une quantité importante en physique. Souvent il suffit de la connaître pour avoir tous les renseignements utiles sur la quantité Q. Par exemple, elle représente l'effet intégral de tout détecteur qui suit la loi du carré (cristal ou détecteur à triode sans hétérodyne), ou bien la quantité de chaleur dégagée dans une résistance, et par suite la déviation du spot dans un galvanomètre balistique à thermocouple.

On peut déduire un résultat général de (3). Si deux ensembles de L. R. et C ont un  $Y_q$  identique dans une branche particulière pour toutes les valeurs de q, Q dans cette branche est, dans les deux cas, identiquement la même fonction de t, si la cause E est la même. Il n'est pas important de voir comment cette égalité de Yq est obtenue.

En particulier, pour deux circuits simples (1) et (2),  $L_1$ ,  $C_1$ ,  $R_1$  et  $L_2$ ,  $C_2$ ,  $R_2$  avec inductance mutuelle M, le courant produit en (2) dû au voltage E induit en (1) est identiquement le même que celui qui serait produit en (1) si le voltage E était induit en (2), et cela tout à fait indépendamment des valeurs de  $L_1$ ,  $R_1$ ,  $C_2$ ,  $L_2$ ,  $R_2$ ,  $C_2$ , M.

On peut aller plus loin dans l'interprétation du résultat.

Dans le cas de trois circuits couplés par induction mutuelle, une variation de tension dans le premier produit un courant dans le dernier. Réciproquement, la même variation, agissant dans le dernier circuit, produirait un courant égal au précédent, dans le premier circuit.

Le courant, dans le dernier circuit d'une chaîne de circuits réunis

par couplages inductifs infiniment lâches, n'est pas changé en interchangeant des éléments de la chaîne, et reste égal à lui-même si on a soin de ne pas changer le produit (infinitésimal) des inductions mutuelles.

Nous avons vu que  $\int_0^\infty Q^2 dt$  mesure l'effet intégral dans un récepteur de T. S. F. Nous aurons recours à l'expression (4) pour calculer l'effet d'atmosphériques et de signaux Morse sur un appareil de réception. Pour cela, nous examinerons les différentes expressions analytiques qui peuvent représenter ces actions électriques, et nous allons déterminer pour chacune d'elles Xq en fonction de la pulsation q.

### II. — PÉRIODOGRAMMES DE DIVERSES FONCTIONS ANALY-TIQUES, REPRÉSENTANT LES EXCITATIONS LES PLUS COURANTES EN T. S. F.

a) Atmosphériques. — Pour pouvoir comparer l'effet à la réception de différentes formes d'excitations, il faut les rapporter à une base commune.

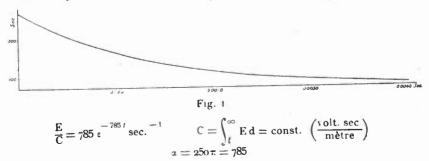
Cette base pourra être  $\int_0^\infty E.dt$  ou bien  $\int_0^\infty E^t.dt$  puisque selon les circonstances on aura intérêt à comparer des charges égales ou des énergies égales. Pour cette raison, dans la suite nous expliciterons dans tous les cas ces deux intégrales.

t. L'excitation apériodique ordinaire :  $E = E_0 \cdot e^{-xt}$ , durant de t=0 à  $t=+\infty$ .

$$\int_{0}^{\infty} E. dt = \frac{E_{0}}{\alpha}; \quad \int_{0}^{\infty} E^{2}. dt = \frac{E_{0}^{2}}{2\pi}.$$

$$|X_{q}|^{2} = \frac{E_{0}^{2}}{\alpha^{2} + q^{2}}.$$

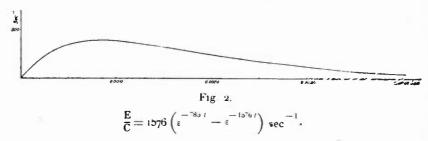
Quand q croît indéfiniment,  $|X_q|^2$  diminue comme  $q^{-2}$  (fig. 1 et 11).



2.  $E = E_0 (\varepsilon^{-\alpha t} - \varepsilon^{-2 \alpha t})$  (fig. 2), durant de t = 0, à  $t = +\infty$ .

$$\begin{split} &\int_{0}^{\infty} \mathbf{E}.\,\mathrm{d}\,t = \frac{\mathbf{E}_{0}}{2\,\mathbf{x}}; \quad \int_{0}^{\infty} \mathbf{E}^{2}.\,\mathrm{d}\,t = \frac{5\,\mathbf{E}_{0}^{2}}{12\,\mathbf{x}}. \\ &|\mathbf{X}_{q}|^{2} = \frac{\mathbf{x}^{2}\,\mathbf{E}_{0}^{2}}{(\mathbf{x}^{2} + q^{2})\,(4\,\mathbf{x}^{2} + q^{2})} \; (\text{fig. II}). \end{split}$$

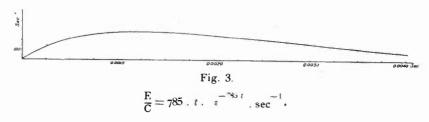
Quand q croit indéfiniment,  $|X_q|^2$  diminue comme  $q^{-4}$ .



3.  $E = E_0 \cdot \alpha t \cdot \epsilon^{-\alpha t}$  (fig. 3), durant de t = 0, à  $t = +\infty$ .

$$\int_{0}^{\infty} \mathbf{E} \, dt + \frac{\mathbf{E}_{0}}{\alpha}; \quad \int_{0}^{\infty} \mathbf{E}^{2} \, dt = \frac{\mathbf{E}_{0}^{2}}{4\alpha}.$$
$$|\mathbf{X}_{q}|^{2} = \frac{\alpha^{2} \mathbf{E}_{0}^{2}}{(\alpha^{2} + q^{2})^{2}} \text{ (fig. II)}.$$

Quand q croît indéfiniment,  $|\mathbf{X}_q|^2$  diminue comme q-4.



4. La demi-sinusoïde isolée :  $E = E_0 \sin pt$  (fig. 4), durant de t = 0, à  $t = \frac{\pi}{p}$ 

$$\int_{0}^{\infty} E dt = \frac{2E_{0}}{p}; \quad \int_{0}^{\infty} E^{2} . dt = \frac{E_{0}^{2}\pi}{2p}.$$

$$|X_{q}|_{2} = \frac{4p^{2} . E_{0}^{2} . \cos^{2}\frac{\pi}{2}\frac{q}{p}}{(q^{2}-p^{2})^{2}} \text{ (fig. 11)}.$$

Quand q croît indéfiniment,  $|\mathbf{X}_q|^2$  diminue comme  $q^{-4}$ .



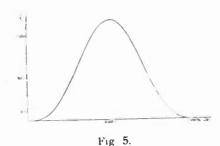
Fig. 4.  $\frac{E}{C} = 785 \sin 1576 t \sec^{-1}$ .  $p = 500 \tau = 1576$ .

5. L'atmospherique qui, selon Moullin (1), serait sans effet appréciable sur le récepteur :  $E = E_0 \left( \sin pt - \frac{1}{3} \sin 3pt \right)$  (fig. 5), durant de t = 0, à  $t = \frac{\pi}{p}$ .

A ces deux instants toutes les dérivées de la fonction sont nulles jusqu'à la troisième.

$$\begin{split} \int_{0}^{\infty} \mathbf{E} \, \mathrm{d}\, t = & \frac{16}{q} \frac{\mathbf{E}_{0}}{p} \quad \int_{0}^{\infty} \mathbf{E}^{2} \, . \, \mathrm{d}\, t = & \frac{14}{27} \pi \frac{\mathbf{E}_{0}^{2}}{p} \\ |\mathbf{X}_{q}|^{2} = & \frac{256}{(q^{2} - p^{2})^{2}} \frac{\mathbf{q}}{(q^{2} - p^{2})^{2}} \frac{\mathbf{q}}{(q^{2} - p^{2})^{2}} \text{ (fig. 11)}. \end{split}$$

Quand q croît indéfiniment,  $|\mathbf{X}_q|^2$  diminue comme  $q^{-8}$ 



 $\frac{\mathbf{E}}{\mathbf{C}} = \frac{9}{16} + 1576 \left( \sin 4728 t - \frac{1}{3} \sin 4728 t \right).$ 

6 Pour bien mettre en évidence l'effet de la disparition des dérivées de la fonction au commencement et à la fin, en illustrant l'effet de « smoothing », dont nous avons parlé plus haut, nous considé-

<sup>(1)</sup> J. I. E. E., n° 328, avril 1924, vol. 62, p. 350, E. B. Moullin, M. A. Atmospherics and their Effect on Wireless Receivers

rerons une autre fonction où cette disparition a été poussée plus loin encore, c'est-à-dire jusqu'à la cinquième dérivée.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \left[ \sin p \, t - \frac{\mathbf{I}}{2} \sin 3 \, p \, t + \frac{\mathbf{I}}{10} \sin 5 \, p \, t \right]$$
 (fig. 6)

durant de t=0 à  $t=\frac{\pi}{p}$ 

$$\int_0^\infty E dt = \frac{128}{75} \frac{E_0}{p}; \quad \int_0^\infty E^2 dt = \frac{689}{1500} \pi \cdot \frac{E_0^2}{p}.$$

$$|\mathbf{X}_{q}|^{2} = \frac{384^{2} \cdot p^{10} \cdot \mathbf{E}_{0}^{2} \cdot \cos^{2} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{q}{p}}{(q^{2} - p^{2})^{2} \cdot (q^{2} - 9p^{2})^{2} \cdot (q^{2} - 25p^{2})^{2}} \text{ (fig. 11)}.$$

Quand q croît indéfiniment,  $|X_q|^2$  diminue comme  $q^{-12}$ .

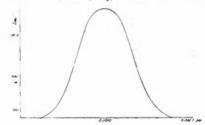


Fig. 6.

$$\frac{{\rm E}}{{\rm C}} = 925 \left( \sin \, 500 \, \pi t \, - \frac{{\rm I}}{2} \, \sin \, 1500 \, \tau \, t \, + \frac{{\rm I}}{{\rm IO}} \, \sin \, 2500 \, \pi \, t \right) \cdot$$

7. L'onde sinusoidale amortie exponentiellement :

$$E = E_0 \in \alpha_t \cdot \sin p t$$
 (fig. 7).

durant de t = 0, à  $t = +\infty$ .

$$\int_{0}^{\infty} \mathbf{E} \, dt = \frac{p}{p^2 + x^2} \cdot \mathbf{E}_0; \quad \int_{0}^{\infty} \mathbf{E}^2 \cdot dt = \frac{p^2}{4^{\frac{2}{3}} (p^2 + x^2)} \mathbf{E}_0^2.$$

$$|\mathbf{X}_q|^2 = \frac{p^2 \mathbf{E}_0^2}{(x^2 - q^2 + p^2)^2 + 4^{\frac{2}{3}} p^2}.$$

Quand q croît indéfiniment,  $|\mathbf{X}_q|^2$  diminue comme q =4.

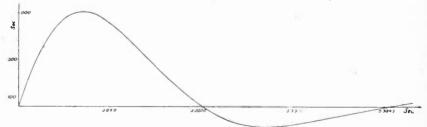


Fig. 7.  $\frac{E}{C} = 1,25 \times 5 co \tau \times s \frac{e^{-250 \tau t}}{sin 5 co \tau t sec} \cdot \frac{e^{-t}}{sec}$ 

Le périodogramme considéré ressemble beaucoup à la courbe de résonance d'un circuit à R. L. et C

 $|\mathbf{X}_q|^2$  a un maximum pour  $q_0^2 = p^2 - \alpha^2$ .

Si on écrit  $\alpha=p\frac{\delta}{2\pi}$ , la forme du périodogramme au voisinage de  $q=q_0=p$  (1) est donnée approximativement par :

(5) 
$$\frac{|\mathbf{X}_{p+\Delta p}|^2}{|\mathbf{X}_{p}|^2} = \frac{\left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}{\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}$$

οù δ est supposé très petit par rapport à  $2\pi$  δ <<  $2\pi$ .

Cette formule rappelle les formules de Bjerknes, Brandes, Mandelstam et Papalexi pour les ondes amorties agissant sur un circuit à R. L et C. Ces formules impliquent aussi un décrément très faible. Nous aurons, dans la suite, encore l'occasion de parler de cette ressemblance. C'est également en vue d'usage ultérieur que nous indiquons ici que, dans ce cas :

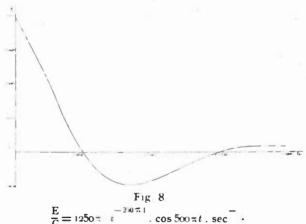
$$\frac{|\mathbf{X}_p|^2}{\int_0^\infty \mathbf{E}^2 \, \mathrm{d}t} = \frac{1}{\alpha} = \frac{2\pi}{\delta p}$$

8.  $E = E_0 \epsilon^{-\alpha t} \cdot \cos pt$  (fig. 8), durant de t = 0, à  $t = +\infty$ .

$$\int_{0}^{\infty} \mathbf{E} \, dt = \frac{\mathbf{x}}{p^{2} + \alpha^{2}} \, \mathbf{E}_{0}; \quad \int_{0}^{\infty} \mathbf{E}^{2} \, dt = \frac{2 \, \alpha^{2} + p^{2}}{4 \, \alpha \, (p^{2} + \alpha^{2})} \, \mathbf{E}_{0}^{2}.$$

$$|\mathbf{X}_{q}|^{2} = \frac{(\alpha^{2} + q^{2}) \, \mathbf{E}_{0}^{2}}{(\alpha^{2} + q^{2} - p^{2})^{2} + 4 \, \alpha^{2} \, p^{2}}.$$

Quand q croît indéfiniment,  $|X_q|^2$  diminue comme  $q^{-2}$ . Ici aussi on pourrait obtenir l'équation (5).



<sup>(1) =</sup> très peu différent de.

9. L'onde sinusoïdale amortie linéairement :  $E = E_0(\mathbf{1} - \beta t) \sin pt$ , durant de t = 0 à  $t = \beta^{-1}$ .

Si nous introduisons  $p = m \beta \pi$  ce qui revient à dire que l'onde contiendra m demi-oscillations :

$$\int_{0}^{\infty} E dt = \frac{E_{0}}{p}; \quad \int^{\infty} E^{2} . dt = F_{0}^{2} \left[ \frac{2p^{2} - 3\beta^{2}}{12\beta p^{2}} \right] =$$

$$= E_{0}^{2} \frac{8\pi^{2} m^{2} - 3}{24\pi m p} \stackrel{=}{=} \frac{\pi m}{3p} E_{0}^{2} (m >> 1).$$

$$|X_{q}|^{2} = \frac{p^{2} E_{0}^{2}}{(q^{2} - p^{2})^{2}}. \left[ 1 - 4pq . \frac{\sin \pi m \frac{q}{p}}{q^{2} - p^{2}} \cos \pi m + \frac{8p^{2}q^{2}}{(q^{2} - p^{2})^{2}} \left[ 1 - \cos \frac{\pi m q}{p} \cos \pi m \right] \right].$$

Quand q croît indéfiniment,  $|X_q|^2$  diminue comme  $q^{-4}$ .

Pour q = p:

$$\frac{|\mathbf{X}_p|_t^2}{\int_0^\infty \mathbf{E}^2 \cdot \mathbf{d} t} = \frac{3\pi m}{2p} \cdot \frac{4\pi^2 m^2 + 1}{8\pi^2 m^2 - 3} = \frac{3\pi m}{4p}.$$

Pour une onde sinusoidale amortie exponentiellement, la même quantité est  $\frac{2\pi}{p\delta}$  (voir 7).

Donc, s'il est vrai, comme on l'admet quelquefois, que la résistance d'un éclateur augmente pendant la durée de la décharge de telle sorte qu'on puisse considérer l'amortissement total du circuit comme linéaire et non exponentiel, le rapport  $\frac{\text{densité de l'énergie à pulsation }p}{\text{énergie totale}}$  serait le même si l'éclateur conservait sa résistance initiale, mais si le décrément  $\delta$  du circuit était multiplié par  $\frac{8}{3}$ . A énergie égale le rapport :

 $\frac{|X_p|^2 \text{ amortissement linéaire}}{|X_p|^2 \text{ amortissement exponentiel}} = \frac{3m\delta}{8}.$ 

Et si les deux ondes coı̈ncident au commencement  $(t=0)m\delta=1$  ce qui prouve ce que nous avons dit.

10. Le trouble intense de durée infiniment courte (high frequency ripple): E=0 excepté entre t=0 et  $t=\tau$  (limite  $\tau=0$ )

$$\int_0^\infty \mathrm{Ed} t = \mathrm{I}; \quad \int_0^\infty \mathrm{E}^2 dt = \infty.$$