

L'ONDE ÉLECTRIQUE

REVUE MENSUELLE

== 1934 ==

13^e ANNÉE

ÉTIENNE CHIRON, ÉDITEUR
40, RUE DE SEINE
PARIS

Library
Boulder Laboratories
National Bureau of Standards
Boulder, Colorado

DEC 2 1954

- 43.17

- 0

L'ONDE ÉLECTRIQUE

LES CONFÉRENCES INTERNATIONALES RADIOTÉLÉGRAPHIQUE ET TÉLÉGRAPHIQUE DE MADRID ET DE LUCERNE

par E. PICAULT

Ingénieur en Chef des P. T. T., Directeur du Service de la T. S. F.

1. Les Conférences de Madrid¹.

But des Conférences. — Les deux conférences radiotélégraphique et télégraphique qui se sont tenues à Madrid, de septembre à décembre 1932, avaient pour but de refondre les Conventions et les Règlements relatifs au Service Télégraphique et Téléphonique international par fil ou sans fil : Convention télégraphique internationale (Convention de Saint-Petersbourg) et Convention radiotélégraphique (élaborée pour la première fois à Londres en 1912 et remaniée à Washington en 1927), Règlement général télégraphique, Règlements radiotélégraphiques général et additionnel.

Les Conférences de Madrid ont établi la Convention unique des télécommunications, qui s'applique à toutes les communications par fil et sans fil, un règlement télégraphique, un règlement général et un règlement additionnel des radiocommunications. Enfin une Conférence des administrations d'Europe qui a eu lieu à Lucerne, au mois de juin 1933, a fixé les fréquences des stations de radiodiffusion de la région européenne, dans le cadre du règlement et suivant les directives de la Conférence radiotélégraphique de Madrid.

La date de mise en vigueur des actes de la Conférence de Madrid est fixée au 1^{er} janvier 1934, alors que les actes de la Conférence de Lucerne sont applicables à partir du 15 janvier 1934.

1. Communication faite à la Société des Radioélectriciens, le 18 janvier 1933.

Convention des télécommunications. — L'établissement d'une Convention unique des télécommunications a demandé de longues discussions pour des raisons diverses : certains Gouvernements ne sont pas intéressés par la Convention télégraphique et surtout par le règlement télégraphique, alors qu'il sont intéressés par le règlement des radiocommunications. D'autre part, l'Union des Républiques Socialistes Soviétiques n'avait pas été invitée à la Conférence de 1927, et la technique radioélectrique s'y est développée d'une manière toute particulière, alors que, dans les autres pays, le Règlement de Washington avait été scrupuleusement observé ; la Conférence a dû chercher l'accord de deux techniques différentes, et accorder aux pays de l'U. R. S. S. certaines dérogations dans l'emploi des longueurs d'ondes ; enfin, les délégués des pays contigus au territoire de l'Union Soviétique ont été amenés à prendre des précautions pour que leurs exploitations ne souffrent pas du voisinage de pays utilisant deux techniques différentes.

D'autres questions ont donné lieu à de longues discussions : la question de la langue dans laquelle devaient être rédigés la Convention et les règlements, ainsi que les documents internationaux et celle de la langue qui serait employée dans la Conférence internationale et dans les Conférences administratives suivantes. La première Convention télégraphique de Saint-Petersbourg avait adopté le français comme langue unique, mais aucune langue n'avait été fixée pour les Conférences radiotélégraphiques, bien que le français ait toujours été employé pour la rédaction des documents. La Conférence de Madrid a décidé que les documents officiels seraient publiés en français ; les débats ont eu lieu en français et en anglais et il en sera de même dans les Conférences administratives ultérieures. Une autre question difficile a été celle du nombre des voix attribuées aux divers pays, à leurs protectorats et à leurs colonies, qu'il a été impossible de régler d'une manière définitive.

Conférence télégraphique. — A la Conférence télégraphique, deux questions importantes pour le service radiotélégraphique et radiotéléphonique ont été traitées : le langage convenu et l'unité monétaire internationale (équivalent du franc or).

Les expéditeurs des télégrammes internationaux, qu'ils soient

transmis par fil ou sans fil, ont la faculté d'employer, pour la rédaction de ces télégrammes, certains codes agréés par les administrations télégraphiques, ce qui leur permet de réduire le nombre des mots taxés. Jusqu'ici, le langage convenu admis dans la rédaction des télégrammes comprenait des mots de dix éléments (lettres ou chiffres) ou des mots de cinq éléments. La suppression du code de dix lettres a été réalisée à la conférence, non sans une vive opposition des usagers, soutenus d'ailleurs par des pays dont le service télégraphique est très important. En outre, un minimum de cinq mots est imposé aux télégrammes internationaux; l'indication de service CDE, qui figure obligatoirement dans le préambule de tous les télégrammes en code, ne sera pas taxée; enfin, ces télégrammes sont taxés aux 7/10 du tarif plein dans le régime européen et aux 6/10 du tarif plein dans le régime extra-européen. Ces dispositions ont une très grande importance pratique : dans les communications internationales les taxes atteignent, pour les communications à très grande distance, dix et quinze francs par mot. Les télégrammes transmis sont nombreux et se chiffrent par milliers ou dizaines de mille; cependant, les taxes actuelles ne donnent pas de grands bénéfices, de sorte que, dans certains cas, l'addition d'un mot taxé en plus ou en moins est susceptible de mettre une exploitation en déficit ou en bénéfice. Quand les télégrammes sont très courts, ce qui est souvent le cas, les indications de service non taxées représentent plus que le texte du télégramme taxé. En général, dans le service international, les télégrammes ont moins de dix mots, et on voit tout de suite dans quelle proportion peuvent être modifiées les recettes d'une exploitation, suivant que l'on décide de taxer ou non un mot supplémentaire.

L'équivalent du franc or est fixé par l'Article 32 de la Convention comme suit : l'unité monétaire est le franc-or du poids de 10/31 de gramme et du titre de 0,900; cette unité internationale est nécessaire en raison des variations du change de certaines monnaies. L'application de cette disposition a soulevé de sérieuses difficultés, certains pays prétendant profiter de la dépréciation de leur monnaie pour attirer à eux le trafic international, et, en fait, de très nombreuses réserves ont été faites quant à l'application des dispositions relatives à l'emploi de l'étalon or

Conférence radiotélégraphique. — En ce qui concerne spécialement le service radioélectrique, la compétence du règlement a été étendue à toutes les radiocommunications : les communications radiotélégraphiques et radiotéléphoniques, la radiodiffusion et la transmission des images.

La Conférence de Madrid a dû s'occuper des communications radiotéléphoniques et de la radiodiffusion, autant que de la radiotélégraphie, alors qu'à la précédente conférence ces questions n'avaient donné lieu qu'à des travaux peu importants.

Répartition des longueurs d'onde. — La plus importante des questions soumises à la Conférence des radiocommunications était la répartition des longueurs d'onde entre les divers services.

A la Conférence de Washington en 1927, on avait décidé d'attribuer les diverses fréquences par service; à cet effet on distingue les uns des autres :

le service fixe (ou communications entre deux points fixes. Exemple : liaison Paris-New-York);

le service mobile, qui se subdivise en service mobile maritime et service mobile aérien et qui comprend les communications entre deux stations dont l'une au moins est mobile, de manière à englober les communications entre la terre et les navires et entre la terre et les avions;

la radiodiffusion;

les services non ouverts à la correspondance publique constitués principalement par les services militaires;

les services essentiels à la navigation : radiophares, radiogoniométrie.

La répartition faite à Washington s'était montrée, à l'usage, extrêmement utile; mais, en cinq ans, de nouveaux besoins se sont manifestés.

Dans la nouvelle répartition des fréquences, on a distingué entre les ondes susceptibles de faire l'objet d'une réglementation internationale et celles qui peuvent faire l'objet d'une attribution régionale : les premières comprennent les ondes de 30.000 à 3.000 mètres et celles de 150 à 10 mètres qui se propagent à très grande distance de l'antenne d'émission; les autres comprennent les ondes de 200 à 3.000 mètres. On a pu utiliser au

mieux cette gamme de 3.000 à 200 mètres, dans laquelle la répartition a été très difficile parce qu'elle est employée par des services dont les besoins sont considérables, et dont l'importance est indiscutable :

a) Sécurité de la navigation maritime, autour de l'onde de 600 mètres, adoptée comme onde de détresse universelle;

b) Sécurité de la navigation aérienne, autour de l'onde de 900 mètres adoptée comme onde de détresse (sauf dans l'Amérique du Nord);

c) Radiodiffusion dans deux gammes de longueur d'onde; une gamme dite des ondes longues, vers 1.500 mètres, et une gamme dite des ondes courtes, de 200 à 500 mètres;

d) Radiophares, autour de 1.000 mètres, radiogoniométrie, autour de 800 mètres.

Situation des divers services radioélectriques. — Depuis 1927, les services radioélectriques se sont considérablement augmentés, la technique s'est elle-même considérablement modifiée, principalement sur les points suivants :

une plus grande sécurité des communications radiotélégraphiques, par l'emploi de nouvelles méthodes de travail et, en particulier, par l'utilisation intensive des ondes courtes, combinées aux ondes longues;

l'ouverture au public de nouvelles liaisons radiotélégraphiques sur ondes courtes et de communications radiotéléphoniques permettant de relier l'un à l'autre par radiotéléphonie des réseaux téléphoniques de fils, comme le sont les communications Paris-Buenos-Ayres ou la communication entre l'Europe et l'Amérique; ces communications radiotéléphoniques sont en général faites sur ondes courtes (il existe une seule communication radiotéléphonique sur ondes longues, entre l'Angleterre et les États-Unis, qui donne d'ailleurs d'excellents résultats);

une extension très importante du service mobile, des radiophares maritimes et aériens, des transmissions météorologiques. Le développement de l'aviation a eu pour conséquence une augmentation importante des communications relatives à la sécurité des avions, en même temps que les débuts d'un service commercial de communications entre les avions et la terre;

une extension énorme de la radiodiffusion.

Nous devons donner quelques détails sur quelques-uns de ces points.

Les communications des navires en mer se sont considérablement accrues, et leur portée est devenue pratiquement indéfinie. Elles sont exécutées : à très grande distance sur ondes courtes principalement dans les gammes de 36 et 24 mètres ; à moyenne distance (1.500 milles marins) sur ondes longues : gamme de 2.000 à 3.000 mètres ; à courte distance (400 milles marins) dans la gamme de 600 mètres, en même temps que le service de sécurité.

La radiogoniométrie est faite par l'onde de 800 mètres ; les radiophares utilisent l'onde de 1.000 mètres.

Dans le service courant, les communications sont employées comme suit :

tous les navires de plus de 1.600 tonneaux sont obligatoirement munis d'une installation de sécurité (600 m.) ;

les grands paquebots sont munis d'installations télégraphiques à ondes longues (gamme de 2.000 m.) et à ondes courtes qui assurent un service commercial de communications ; certains d'entre eux sont pourvus d'une installation radiotéléphonique utilisant les ondes courtes et permettant aux passagers de converser avec les abonnés des réseaux téléphoniques terrestres. On commence à étendre aux navires de faible tonnage, et en particulier aux bateaux de pêche, les facilités que donne la radioélectricité, par l'emploi de la radiotéléphonie dans la gamme de 150 à 200 mètres ; ces communications radiotéléphoniques ne peuvent se faire qu'à courte distance (300 milles marins environ). L'organisation de ce nouveau service, qui n'est qu'à ses débuts, a d'ailleurs demandé à la Conférence un travail sérieux parce que dans les divers pays ce service s'est développé un peu hâtivement sur des bases différentes et que la réglementation a dû tenir compte de cet état de fait, tout en prévoyant des dispositions pour rendre à l'avenir le service uniforme.

Enfin, l'aviation utilise pour la sécurité la gamme de 900 mètres (onde de détresse 900 m.), pour les communications la gamme de 1.000 mètres et les ondes courtes. Les communications entre aérodromes sont faites au moyen des fréquences réservées à l'aviation en même temps que par fils.

Les communications radioélectriques des navires et des avions ont une importance considérable; non seulement elles constituent le seul moyen de communication des passagers avec le reste du monde, mais encore la vie même de toutes les personnes qui sont à bord en dépend.

La radiodiffusion était considérée en 1927 comme un amusement, alors que maintenant on estime qu'elle forme un moyen efficace d'instruction, de propagande artistique intellectuelle et politique. Il n'est plus de pays, si petit soit-il, qui ne désire posséder une station de radiodiffusion puissante, dont l'émission soit susceptible de couvrir tout son territoire et dont les délégués n'aient demandé avec énergie l'attribution d'une station de radiodiffusion; certains pays ont présenté des demandes très importantes, eu égard à la superficie et à la nature de leur territoire.

La radiodiffusion utilise des postes puissants, parce que les récepteurs de radiodiffusion exigent des champs plus intenses que ceux des autres services (sinon en pratique, du moins dans l'établissement d'une réglementation). On a admis en effet que, pour qu'un poste de radiodiffusion ait un effet utile, il doit fournir au récepteur un champ de plusieurs millivolts par mètre, alors que les autres services et spécialement le service mobile, utilisent des champs de quelques microvolts par mètre. Par conséquent, du voisinage d'une station de radiodiffusion peut résulter une sérieuse gêne pour les services mobiles. D'autre part, au cours des dernières années, les postes de radiodiffusion sont devenus très nombreux, et certains pays n'ont pas craint d'attribuer à leurs stations des fréquences extérieures aux bandes réservées à la radiodiffusion par le Règlement de Washington, gênant ainsi les autres services, ou de placer près des frontières des stations de radiodiffusion puissantes, dont l'émission est entendue dans les pays voisins.

Cette situation difficile a eu ses pleins effets dans le problème de la répartition des bandes de fréquence entre les divers services et dans les questions connexes à l'emploi de la radiodiffusion. Mais les stations de radiodiffusion elles-mêmes se gênent entre elles, et à tel point qu'elles ont dû se préoccuper elles-mêmes de cette situation dans un travail présenté à la Conférence de Madrid par l'Union internationale de radiodiffusion. La radiodiffusion

s'effectue dans deux bandes de longueurs d'onde principales : de 200 à 500 mètres et 1.500 mètres de longueur d'onde; la seconde bande correspond à des ondes qui ne sont pas sujettes au fading et dont la portée peut être considérable si l'on utilise une puissance suffisante; elle devrait être, en principe, réservée aux stations nationales des pays les plus étendus; la bande de 200 mètres à 545 mètres est au contraire sujette au fading, qui se fait sentir à des distances de la station émettrice d'autant plus faibles que la longueur d'onde est plus courte, mais qui paraissent indépendantes de la puissance. Par contre, cette gamme de longueurs d'onde peut contenir un nombre beaucoup plus grand de stations que la première : les fréquences des stations de radiodiffusion doivent être écartées de 9 à 11 kc/s au minimum. De 200 mètres à 545 mètres, soit de 1.500 kc/s à 550 kc/s, il y a une bande de 950 kc/s, pouvant recevoir 95 stations de radiodiffusion, alors que de 1.200 à 1.800 (250 à 160 kc/s), il y a une bande de 841 kc/s laissant seulement place à 8 ou 9 stations de radiodiffusion; ces chiffres montrent que l'on ne saurait fixer sans précautions les fréquences des 200 stations européennes, non comprise l'U. R. S. S. qui sont environ en nombre double de celui des fréquences disponibles, car il a été nécessaire d'attribuer la même fréquence à des stations de radiodiffusion différentes.

Aussi a-t-on dû envisager certaines précautions, en particulier tenir compte de la situation géographique des diverses stations et en limiter la puissance. La limitation de la puissance était d'ailleurs proposée par l'U. I. R., qui dans le memorandum déjà cité, estimait que les stations émettant dans la gamme des longueurs d'onde de 200 à 545 mètres devaient seulement desservir la zone d'action agréable, où le fading ne se fait pas sentir, et que par suite leur puissance devait être limitée.

Ce principe de la limitation de puissance a été à nouveau exposé à la Conférence internationale, où il a donné lieu à d'importantes discussions; il a été finalement adopté à Lucerne.

Attribution des longueurs d'onde. — Le service public des communications radiotélégraphiques et radiotéléphoniques utilise très largement les ondes courtes dans la gamme de 50 mètres à 14 mètres (de 6.000 à 24.000 kc/s). Bien que cette gamme ait l'énorme étendue

de 48.000 kc/s, et que les stations qui l'emploient puissent utiliser des fréquences plus rapprochées¹ que les postes de radiodiffusion, elle est maintenant très encombrée : il faut en effet pour chaque communication trois fréquences : une fréquence de jour, et deux fréquences de nuit, dont l'emploi varie avec les diverses périodes de l'année. De plus, la gamme des fréquences de jour ou de nuit, pour une communication déterminée, est relativement limitée : par exemple, l'expérience montre que la communication entre l'Europe et l'Amérique du Sud se fait durant le jour dans la bande de longueur d'onde de 15 à 17 mètres environ et qu'il est impossible d'obtenir une communication sûre par une fréquence prise en dehors de cette bande. Les diverses stations qui sont placées dans ces bandes utilisent des fréquences très voisines les unes des autres. Dans cette partie de la gamme (de 10 à 150 mètres) le tableau de répartition établi à Washington a été maintenu, non sans difficultés ; l'une des principales raisons qui l'ont fait maintenir a été l'impossibilité de donner de nouvelles fréquences satisfaisantes aux stations qui auraient dû changer, en même temps que la nécessité d'éviter, dans les circonstances économiques actuelles, les frais qu'entraîne la modification des longueurs d'onde des postes émetteurs à ondes courtes de grande puissance et munis d'antennes directives.

Le travail le plus difficile a été l'attribution des ondes comprises entre 500 et 2.000 mètres, revendiquées à la fois par les services maritime, aérien, les radiophares, la radiogoniométrie et la radiodiffusion. Pour résoudre ces difficultés, la Conférence a réalisé des distributions régionales, comme il a été dit ci-dessus : la distribution des fréquences n'est pas la même en Europe que dans les autres régions ; la Conférence européenne a été chargée de régler l'attribution des fréquences aux stations de radiodiffusion d'Europe, en tenant compte de tous les éléments susceptibles de réduire le brouillage, et a été autorisée à attribuer aux stations de radiodiffusion, par dérogation, des fréquences dans les bandes des autres services, sous réserve d'une étude technique préalable et de diverses dispositions administratives.

1. On admet maintenant que l'émission d'un poste télégraphique couvre une bande de quelques centaines de périodes par seconde ; celle d'un poste de téléphonie commerciale une bande de deux à trois mille ; celle d'un poste de radiodiffusion une bande de dix mille périodes.

Il convient d'ailleurs d'observer que les gouvernements qui n'adhèrent pas à la convention internationale ne sont pas obligés de respecter le règlement, et qu'ils peuvent choisir les longueurs d'onde qui leur conviennent; par suite leur service peut gêner celui des pays voisins sans aucune possibilité de recours de ceux-ci.

Nous donnons ci-après la répartition des fréquences établie à Madrid.

Dispositions techniques. — En dehors de la répartition des longueurs d'onde, d'autres précautions ont été prises pour réduire la gêne que les émissions des diverses stations peuvent apporter les unes aux autres.

Ces précautions visent la stabilité des postes, et leur maintien sur la fréquence qui leur est assignée : dans le service radiotélégraphique et radiotéléphonique, une des grandes difficultés provient de ce que les fréquences de travail de nombreuses stations sont très voisines, de sorte que la moindre variation de la fréquence de l'une d'elles est susceptible de gêner une autre communication; pour réduire ces difficultés, le règlement a « recommandé » de ne pas dépasser dans la variation de fréquence, certaines tolérances qui ont été définies pour les divers services; il a fixé la largeur de bande acceptable pour chaque émetteur, eu égard au service qu'il effectue. En fait, il est d'usage de respecter rigoureusement les recommandations de cette nature.

Les ondes émises doivent être stables, exemptes d'harmoniques. La précision des ondemètres a été définie : en particulier les stations mobiles utilisant les ondes de 2.000 mètres ou les ondes courtes doivent être munies d'un ondemètre ayant une précision de $\frac{5}{1.000}$ ou d'un dispositif équivalent, ce qui constitue une réglementation beaucoup plus stricte que la précédente.

Un nouveau pas a été fait vers la suppression des ondes amorties; ces ondes, qui sont encore employées dans le service maritime, doivent, aux termes du Règlement de 1927, cesser d'être utilisées à partir du 1^{er} janvier 1940 par les navires et à partir du 1^{er} janvier 1935 par les stations côtières.

La fixation des tolérances, largeurs de bande, etc., soulevait des problèmes techniques difficiles, et des chiffres précis n'auraient pas

pu être obtenus sans le travail préalable qui a été effectué par le Comité Consultatif international technique (C. C. I. R.), depuis 1929. C'est grâce aux essais et aux travaux faits dans les divers pays, à la centralisation des résultats de ces essais et à leur discussion pendant les réunions du C. C. I. R., que des chiffres valables dans l'état actuel de la technique, ont pu être fixés.

Une question stérile, qui a donné lieu à de longues discussions, a été celle de la désignation des fréquences : longueur d'onde en mètres ou fréquence en kilocycles par seconde ; une proposition des États-Unis d'Amérique visait en effet l'emploi exclusif de la fréquence pour la désignation des ondes et l'abandon de la désignation par la longueur d'onde en mètres. On emploiera, à l'avenir, les deux désignations comme dans les listes officielles qui sont reproduites ci-après.

Questions d'organisation et de trafic. — Les questions d'organisation, de trafic et de réglementation ont donné lieu à un très important travail : nous signalerons, en particulier, les points suivants :

— les conditions à imposer aux stations d'amateurs et aux stations expérimentales privées ;

— les certificats des opérateurs des stations de bord (navires et aéronefs), qui étaient classés en trois catégories, suivant la difficulté des épreuves imposées pour les obtenir : 1^{re} classe, 2^e classe certificat spécial, certificat d'opérateur radiotéléphoniste. Les épreuves donnant accès au certificat de 2^e classe ont été rendues plus faciles, par la suppression d'une des épreuves pratiques de transmission et de réception ; on a créé un nouveau certificat d'opérateur radiotéléphoniste, à l'usage des navires pourvus d'un poste de moins de 50 watts-antenne ;

— la répartition des indicatifs d'appel a été modifiée ; la France a vu en particulier augmenter sa dotation conformément à ses besoins ;

— la procédure d'appel, de réponse, d'échange des télégrammes dans le service mobile a été modifiée et rendue plus claire, les ondes de détresse (600, 900 m.), d'appel (2.100, 182 m.) sont réservées à l'appel, et dans les régions de trafic intense ne doivent pas être utilisées pour le trafic (côtes de l'Europe, de l'Afrique du Nord

baignées par la Méditerranée, de l'Amérique du Nord); une certaine bande autour de chacune d'elles doit être libre de toute émission, de sorte que ces ondes ont ainsi une protection efficace contre le brouillage par d'autres stations.

Les prescriptions relatives à l'échange des comptes et aux diverses questions intérieures de réglementation ont été améliorées.

La Convention et les règlements ne font pas mention du détail des conditions techniques. Le règlement se borne à donner des prescriptions sur quelques points importants : distribution des fréquences, interdiction ou limitation de l'emploi des ondes amorties, tableau des tolérances de fréquences (en annexe), et à l'indication générale que les stations doivent être pourvues d'émetteurs et de récepteurs conformes aux progrès de la technique. Une indication est donnée sur la précision des appareils de mesure de la fréquence.

Le Comité technique international. — On ne saurait d'ailleurs donner des précisions valables pour cinq ans, intervalle de deux conférences successives, dans des techniques qui changent aussi rapidement que celles des communications téléphoniques ou radio-électriques, sans risquer de compromettre l'exécution du service ou le développement des installations. Les conditions techniques sont indiquées dans les réunions des Comités consultatifs internationaux et, en particulier, du Comité consultatif international des communications radioélectriques, dont les avis font autorité auprès des administrations.

Le Comité radioélectrique (C. C. I. R.), dans ses deux réunions de la Haye (1929) et Copenhague (1931), a déjà fait un travail de la plus grande importance : nous donnons ci-dessous la liste des principales questions qui ont été traitées :

Définition de la puissance d'un émetteur (puissance dans l'antenne sur l'onde porteuse) et définition du pouvoir de rayonnement d'un émetteur, dans laquelle on tient compte de la puissance de l'émetteur et de la directivité.

Comparaison des étalons de fréquences des divers laboratoires.

Définition des termes : fréquencemètre, étalon secondaire de fréquence; méthodes de comparaison de ces appareils.

Degré de précision des fréquencemètres; tolérance de fréquences.

Stabilisation de la fréquence des émetteurs.

'Utilisation des fréquences entre 150 et 23.000 kc/s, c'est-à-dire des ondes courtes. Élimination des émissions non essentielles à un type de communication déterminé.

Sélectivité et stabilité des récepteurs.

Coordination de la radiotéléphonie entre stations mobiles et stations terrestres.

Il n'est pas inutile de signaler qu'en France, la préparation des études faites pour le C.C.I.R. a recueilli l'unanimité des intéressés (Services publics, compagnies privées d'exploitation, constructeurs) et que des réunions fréquentes ont permis d'établir les programmes d'essais et de répartir la besogne matérielle entre ceux qui pouvaient participer aux travaux.

Accords régionaux. — Enfin, en application des dispositions du règlement de Madrid, des accords régionaux ont été conclus pour les fréquences de travail des stations côtières. Le premier, relatif à l'Atlantique nord, fixe les fréquences de travail des stations de la gamme de 2.000 à 3.000 mètres (Canada, États-Unis et stations européennes). Le second fixe les fréquences de travail des stations utilisant les ondes de 600 à 800 mètres; la faible étendue de la bande de fréquences laissée à la disposition de ces stations après la conférence de Lucerne a rendu difficile la conclusion de cet accord, bien que la collaboration la plus cordiale ait régné entre les délégués des pays qui l'ont conclu.

(A suivre.)

E. PICAULT.

APPLICATION ÉVENTUELLE DU PRINCIPE DE LA SUPERRÉACTION AUDIBLE A LA RÉCEPTION EN AVION ET EN AUTOMOBILE¹

par Y. MARREC

On sait qu'actuellement, à cause des parasites produits par la magnéto, la portée de réception en avion ou en automobile est sensiblement réduite, malgré les précautions de blindage et autres.

Le principe de la superréaction audible permettrait, dans ce cas particulier de réception, de remplacer la lampe modulatrice par une légère dérivation du courant de la magnéto.

Comme, dans ces cas, on ne fait pas de réception à grande vitesse, la fréquence d'allumage des bougies par la magnéto, serait suffisante pour déterminer une modulation lisible des signaux, modulation dont la fréquence serait évidemment celle de l'allumage de l'ensemble des bougies.

Ce serait, en résumé, une réception qui accrocherait seulement pendant la durée des signaux à la fréquence d'allumage, et il n'est pas nécessaire de rappeler la différence de sensibilité d'un récepteur accroché ou non.

Cette fréquence des parasites de la magnéto ne devant pas être sensiblement inférieure à 40 périodes par seconde, la lecture à l'oreille serait donc possible.

L'objection qui pourrait être faite, à propos de ce dispositif, serait qu'il ne faut pas distraire le moindre courant de l'allumage; s'il en est bien ainsi, il suffirait de commander, par l'axe et la couronne de distribution de l'allumage de la magnéto, un commutateur tournant, qui aurait pour but de faire varier un élément d'accord ou de réaction du récepteur, pour désensibiliser celui-ci pendant l'action de chaque étincelle d'allumage. Cette dernière méthode pourrait s'appliquer aux récepteurs déjà en service.

Y. MARREC.

1. Voir *l'Onde Électrique*, vol. 12, juin 1933, p. 326.

INDUCTANCE MUTUELLE DE DEUX COURANTS CIRCULAIRES SE TROUVANT DANS UNE POSITION RÉCIPROQUE QUELCONQUE.

par J. HAK.

I. Introduction. — Les expressions qui permettent de déterminer l'inductance mutuelle de deux courants circulaires se trouvant dans une position réciproque spéciale — de deux cercles coaxiaux ou concentriques par exemple — sont bien connues. Le cas classique et le plus simple de deux cercles coaxiaux a été maintes fois traité et on connaît un nombre considérable de formules se rapportant à ce cas¹. Le cas de deux cercles dont les axes perpendiculaires à leurs plans se rencontrent et qui, par conséquent, se trouvent sur deux sphères concentriques a été traité, par exemple, par Mallik². On connaît également des expressions donnant l'inductance mutuelle de deux cercles dont les plans sont parallèles ou qui se trouvent dans le même plan³. Le cas général de deux cercles se trouvant dans une position réciproque quelconque a été traité, pour la première fois croyons-nous, par Snow⁴ qui, par un procédé de calcul très élégant, a obtenu une formule générale d'un aspect — grâce à un opérateur différentiel employé — très simple. Mais le développement

1. Voir recueils critiques de ces formules : *Rosa et Grover*, Bulletin of the Bureau of Standards, 1908, tome V, page 1; 1912, tome VIII, page 1; *Grover* : *ibid.*, 1919, tome XIV, page 537, Journal of Research of the Bureau of Standards, 1928, tome I, page 487.

Données numériques et graphiques : *Hak* : Revue Générale de l'Électricité, 28 février 1925, tome XVII, pages 329-335 et Elektrotechnische Zeitschrift, 7 février 1929, tome I, pages 193-198.

2. *Mallik* : « On the Mutual Induction between two Circular Currents », Philosophical Magazin, 1922, tome 43, page 601.

3. *Butterworth* : « Mutual Induction of excentrical Coils », Philosophical Magazin, 1916, tome XXXIX, page 113. — *Grover* : Bulletin of the Bureau of Standards, 1919, tome XIV, page 537. *Muthy* : Journal de Physique, 1921, Série VI, tome II, page 355. *Snow* : « The Mutual Inductance of two parallel Circles », Journal of Research of the Bureau of Standards, 1929, tome III, page 255.

Données numériques et graphiques : *Hak* : Elektrotechnische Zeitschrift, 23 octobre 1930, tome LI, page 1489.

4. *Snow* : « Mutual Induction of any two circles », Journal of Research of the Bureau of Standards, 1928, tome I, page 531.

en série de cette formule qui seul peut fournir une expression se prêtant aux calculs numériques est assez laborieux.

Nous voulons donner, en partant de la formule de Neumann, et à l'aide d'un simple développement direct en série, une expression pour l'inductance mutuelle de deux cercles se trouvant dans une position réciproque quelconque et qui peut être employée directement pour des calculs numériques. La convergence en est suffisante dans des limites assez larges. En considérant quelques cas spéciaux de la position réciproque des deux cercles, nous obtiendrons, en partant de la formule générale, d'autres expressions plus simples correspondant à ces cas. Des tables de coefficients numériques et des graphiques destinés à faciliter les calculs numériques seront, enfin, donnés pour deux cas particuliers.

II. Application de la formule de Neumann. — Désignons par R et r les rayons des cercles I et II (fig. 1), par a la plus petite distance

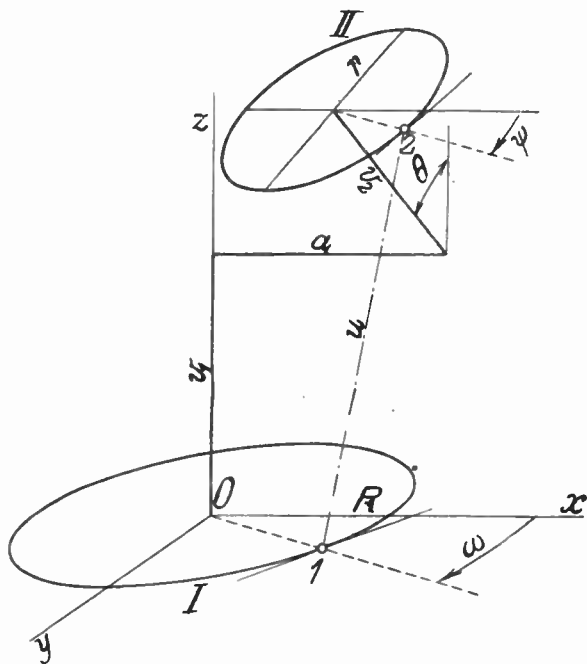


FIG. 1. — Système de deux cercles se trouvant dans une position réciproque quelconque déterminée par six paramètres (R , r , v_1 , v_2 , a , θ).

entre les axes perpendiculaires aux plans de ces cercles. L'axe x d'un système x , y , z de coordonnées orthogonales soit parallèle à a ,

l'origine O de ce système coïncidant avec le centre du cercle I. Soient v_1 et v_2 les distances entre les centres des cercles et les points d'intersection des axes avec α , θ l'angle entre v_2 et l'axe z . Deux points, 1 et 2, se trouvant sur les deux cercles, sont déterminés par les angles ω et ψ mesurés à partir de l'axe x d'une part et à partir d'une parallèle à cet axe d'autre part (fig. 1).

Les coordonnées x , y , z des points 1 et 2 étant respectivement $R \cos \omega$, $R \sin \omega$, 0 et $a + r \cos \psi$, $v_2 \sin \theta + r \sin \psi \cos \theta$, $v_1 + v_2 \cos \theta - r \sin \psi \sin \theta$, on obtient, pour la distance u entre ces points, l'expression suivante :

$$u^2 = a^2 + v_1^2 + v_2^2 + 2 v_1 v_2 \cos \theta + R^2 + r^2 +$$

$$- 2 R r \left[\cos \psi \cos \omega + \cos \theta \sin \psi \sin \omega + \right.$$

$$\left. \left(\frac{v_1}{R} \sin \psi + \frac{v_2}{r} \sin \omega \right) \sin \theta - \frac{a}{R} \cos \psi + \frac{a}{r} \cos \omega \right]$$

que nous écrivons sous la forme

$$u^2 = q^2 [1 - k^2 (H + N + P)]$$

en posant

$$q^2 = a^2 + v_1^2 + v_2^2 + 2 v_1 v_2 \cos \theta + R^2 + r^2, \quad k^2 = \frac{2 R r}{q^2}$$

$$H = \cos \psi \cos \omega + \cos \theta \sin \psi \sin \omega, \quad N = x_2 \cos \omega + \gamma_2 \sin \omega,$$

$$P = x_1 \cos \psi + \gamma_1 \sin \psi,$$

$$x_1 = \frac{-a}{R}, \quad x_2 = \frac{a}{r}, \quad \gamma_1 = \frac{v_1 \sin \theta}{R}, \quad \gamma_2 = \frac{v_2 \sin \theta}{r}.$$

Les tangentes des cercles I et II aux points 1 et 2 sont données par les équations

$$y = -x \cotg \omega + \dots, \quad z = 0$$

$$\text{et} \quad y = -x \cotg \psi \cos \theta + \dots, \quad z = -x \cotg \psi \sin \theta + \dots$$

de sorte que le cosinus de l'angle ε de ces deux tangentes est

$$\begin{aligned} \cos \varepsilon &= \frac{1 + \cotg \omega \cotg \psi \cos \theta}{\sqrt{(1 + \cotg^2 \omega) (1 + \cotg^2 \psi \cos^2 \theta + \cotg^2 \psi \sin^2 \theta)}} = \\ &= \sin \psi \sin \omega + \cos \theta \cos \psi \cos \omega. \end{aligned}$$

L'inductance mutuelle M des cercles I et II est donc, d'après la formule de Neumann :

$$M = \int \int ds_1 ds_2 \frac{\cos \varepsilon}{u} = \\ = Rr \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} d\omega d\psi \frac{\sin \psi \sin \omega + \cos \theta \cos \psi \cos \omega}{q \sqrt{1 - k^2 (\Pi + N + P)}} \quad (1)$$

III. Développement en série et intégration. — En développant en série le radical au dénominateur de l'expression (1), nous pouvons écrire

$$M = \frac{4 \pi^2 Rr}{q} \sum_{v=0}^{\infty} A_v k^{2v} \quad (2)$$

avec

$$4 \pi^2 A_v = \left(-\frac{1}{v} \right)' \int \int d\omega d\psi (\cos \theta \cos \psi \cos \omega + \sin \psi \sin \omega) \times \\ \times (\Pi + N + P)^v \quad (3)$$

où $\left(-\frac{1}{v} \right)' = (-1)^v \left(-\frac{1}{v} \right) = \frac{1.3.5 \dots (2v-1)}{2.4.6 \dots 2v}$

Nous effectuerons, en premier lieu, l'intégration par rapport à ω de l'expression (3). Posons, à cet effet,

$$(\Pi + N + P)^v = \sum_{\sigma=0}^v \binom{v}{\sigma} \Pi^{\sigma} (N + P)^{v-\sigma} \quad (4)$$

$$H^{v-\sigma} = \sum_{i=0}^{v-\sigma} X_i^{v-\sigma} \sin^i \omega \cos^{v-\sigma-i} \omega, \text{ avec } X_i^{v-\sigma} = \binom{v-\sigma}{i} \cos^{v-\sigma-i} \psi \sin^i \psi \cos^i \theta$$

$$(N + P)^{\sigma} = \sum_{\mu=0}^{\sigma} \binom{\sigma}{\mu} N^{\sigma-\mu} P^{\mu} = \sum_{\mu=0}^{\sigma} \binom{\sigma}{\mu} P^{\mu} \sum_{\delta=0}^{\sigma-\mu} Y_{\delta}^{\sigma-\mu} \sin^{\delta} \omega \cos^{\sigma-\mu-\delta} \omega$$

avec

$$Y_{\delta}^{\sigma-\mu} = \binom{\sigma-\mu}{\delta} \cos^{\sigma-\mu-\delta} \psi \sin^{\delta} \psi$$

(Toutes les lettres ajoutées aux lettres X et Y sont à considérer comme des indices). Le terme général de (4) peut donc s'écrire sous la forme

$$H^{v-\sigma} (N + P)^{\sigma} = \sum_{i=0}^{v-\sigma} X_i^{v-\sigma} \sum_{\mu=0}^{\sigma} \binom{\sigma}{\mu} P^{\mu} \sum_{\delta=0}^{\sigma-\mu} Y_{\delta}^{\sigma-\mu} \sin^{i+\delta} \omega \cos^{v-\mu-\delta-i} \omega$$

et, en introduisant $\varphi = i + \varepsilon$

$$H^{\nu-\sigma} (N+P)^{\sigma} = \sum_{\mu=0}^{\sigma} \binom{\sigma}{\mu} P^{\mu} \sum_{\varphi=0}^{\nu-\mu} \sum_{i=0}^{\nu-\sigma} X_i^{\nu\sigma} Y_{\varphi-i}^{\sigma\mu} \sin^{\varphi} \omega \cos^{\nu-\varphi-\mu} \omega$$

En multipliant ce terme par l'expression trouvée ci-dessus pour $\cos \varepsilon$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu=0}^{\sigma} \binom{\sigma}{\mu} P^{\mu} \sum_{\varphi=0}^{\nu-\mu} \left[\cos \theta \cos \psi \sum_{i=0}^{\nu-\sigma} X_i^{\nu\sigma} Y_{\varphi-i}^{\sigma\mu} \sin^{\varphi} \omega \cos^{\nu-\varphi-\mu+1} \omega + \right. \\ & \quad \left. + \sin \psi \sum_{i=0}^{\nu-\sigma} X_i^{\nu\sigma} Y_{\varphi-i}^{\sigma\mu} \sin^{\varphi+1} \omega \cos^{\nu-\varphi-\mu} \omega \right] \end{aligned}$$

Appliquons autant de fois qu'il est nécessaire l'expression

$$\int_0^{2\pi} \sin^m \varphi \cos^n \varphi d\varphi = \begin{cases} 2\pi \binom{\frac{n-1}{2}}{\frac{m+n}{2}} & \text{si } m+n \text{ est pair} \\ 0 & \text{si } m+n \text{ est impair} \end{cases} \quad (5)$$

qui devient égale à zéro pour toute valeur de m ou de n impaire.

Le terme général de (4), multiplié par $\cos \varepsilon$ donne, après l'intégration par rapport à ω

$$\begin{aligned} & 2\pi \sum_{\mu=0}^{\sigma} \binom{\sigma}{\mu} P^{\mu} \left[\sum_{\varphi=0,2,4,\dots}^{\nu-\mu} \cos \theta \cos \psi \sum_{i=0}^{\nu-\sigma} X_i^{\nu\sigma} Y_{\varphi-i}^{\sigma\mu} \left(\frac{\frac{\varphi-1}{2}}{\frac{\nu+1-\mu}{2}} \right)' + \right. \\ & \quad \left. + \sum_{\varphi=1,3,\dots}^{\nu-\mu} \sin \psi \sum_{i=0}^{\nu-\sigma} X_i^{\nu\sigma} Y_{\varphi-i}^{\sigma\mu} \left(\frac{\frac{\varphi}{2}}{\frac{\nu+1-\mu}{2}} \right)' \right] \quad (6) \end{aligned}$$

Procédons maintenant à l'intégration par rapport à ψ .

Remplaçons X et Y par leurs expressions primitives. Le premier terme entre parenthèses de l'expression (6) peut, alors, s'écrire :

5. Rappelons la loi de formation de ces expressions que nous utiliserons dans ce qui suit :

$$\binom{r}{s} = \frac{r(r-1)(r-2)\dots(r-s+1)}{s(s-1)(s-2)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1}, \text{ de sorte que } \binom{r}{s} = \frac{r(r-2)(r-4)\dots(r-2s+2)}{2s(2s-2)(2s-4)\dots 6 \cdot 4 \cdot 2}.$$

Le signe ' indique que notre terme est toujours positif. On a donc, par exemple :

$$\binom{5}{3}' = \frac{5 \cdot 3 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6}, \quad \binom{-2}{2}' = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 4}, \quad \binom{5}{5}' = \frac{5 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}$$

$$\begin{aligned} & \binom{\sigma}{\nu} \sum_{\xi=0,2,\dots}^{\nu-\sigma} \sum_{\iota=0}^{\nu-\sigma-\xi} \binom{\nu-\sigma}{\iota} \binom{\sigma-\iota}{\xi} x_2^{\sigma-\iota-\xi} \gamma_2^{\xi} \cos^{\iota+1} \theta \sin^{\iota} \psi \cos^{\nu-\sigma-\iota+1} \psi \left(\frac{\frac{\nu-1}{2}}{\frac{\nu+1-\iota}{2}} \right)' = \\ & = \sum_{\iota=0}^{\nu-\sigma} g_{\nu\iota}^{\sigma} \sin^{\iota} \psi \cos^{\nu-\sigma-\iota+1} \psi \end{aligned}$$

où on a posé, pour raccourcir,

$$g_{\nu\iota}^{\sigma} = \binom{\sigma}{\nu} \binom{\nu-\sigma}{\iota} \cos^{\iota+1} \theta \sum_{\xi=0,2,\dots}^{\nu-\iota} \binom{\sigma-\iota}{\xi} x_2^{\sigma-\iota-\xi} \gamma_2^{\xi} \left(\frac{\frac{\nu-1}{2}}{\frac{\nu+1-\iota}{2}} \right)' \quad (7)$$

tandis que le deuxième terme fournit

$$\sum_{\iota=0}^{\nu-\sigma} h_{\nu\iota}^{\sigma} \sin^{\iota+1} \psi \cos^{\nu-\sigma-\iota} \psi$$

avec

$$h_{\nu\iota}^{\sigma} = \binom{\sigma}{\nu} \binom{\nu-\sigma}{\iota} \cos^{\iota} \theta \sum_{\xi=1,3,\dots}^{\nu-\iota} \binom{\sigma-\iota}{\xi} x_2^{\sigma-\iota-\xi} \gamma_2^{\xi} \left(\frac{\frac{\nu}{2}}{\frac{\nu+1-\iota}{2}} \right)' \quad (8)$$

En réunissant ces deux termes et en multipliant chaque membre du polynôme $\iota = 0 \dots (\nu - \sigma)$ par les puissances de P, c'est-à-dire par $P^{\iota} = (x_1 \cos \psi + \gamma_1 \sin \psi)^{\iota}$, nous obtenons, au lieu de (6)

$$\begin{aligned} & 2\pi^{\iota} \cos^{\nu-\sigma+\iota} \psi [g_{00}^{\nu\sigma} + g_{10}^{\nu\sigma} (x_1 \cos \psi + \gamma_1 \sin \psi) + g_{20}^{\nu\sigma} (x_1 \sin \psi + \gamma_1 \cos \psi)^2 + \dots] + \\ & + \sin \psi \cos^{\nu-\sigma} \psi [(g_{01}^{\nu\sigma} + h_{00}^{\nu\sigma}) + (g_{11}^{\nu\sigma} + h_{10}^{\nu\sigma}) (x_1 \cos \psi + \gamma_1 \sin \psi) + \\ & + (g_{21}^{\nu\sigma} + h_{20}^{\nu\sigma}) (x_1 \cos \psi + \gamma_1 \sin \psi)^2 + \dots] + \sin^2 \psi \cos^{\nu-\sigma-1} \psi [(g_{02}^{\nu\sigma} + h_{01}^{\nu\sigma}) + \\ & + (g_{12}^{\nu\sigma} + h_{11}^{\nu\sigma}) (x_1 \cos \psi + \gamma_1 \sin \psi) + (g_{22}^{\nu\sigma} + h_{21}^{\nu\sigma}) (x_1 \cos \psi + \gamma_1 \sin \psi)^2 + \dots] + \dots \end{aligned}$$

La loi de succession des puissances de $\sin \psi$ et de $\cos \psi$ ainsi que de leurs coefficients ressort clairement de cette expression et il est facile d'effectuer, à l'aide de la formule (5), l'intégration par rapport à ψ . Nous obtenons de cette façon, en revenant à l'équation (3), pour le coefficient A_{ν} :

$$\begin{aligned} A_{\nu} = & \left(\frac{-1}{2} \right)' \sum_{\sigma=0,2,\dots}^{\nu} \binom{\nu}{\sigma} \left(\frac{-1}{\frac{\nu-\sigma+1}{2}} \right)' g_{00}^{\nu\sigma} + \left[\gamma_1 \left(\frac{-1}{\frac{\nu-\sigma+2}{2}} \right)' + \right. \\ & \left. + \gamma_1 \left(\frac{0}{\frac{\nu-\sigma+2}{2}} \right)' \right] g_{10}^{\nu\sigma} + \left[x_1^2 \left(\frac{-1}{\frac{\nu-\sigma+3}{2}} \right)' + 2x_1 \gamma_1 \left(\frac{0}{\frac{\nu-\sigma+3}{2}} \right)' + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \gamma_1^2 \left(\frac{\frac{1}{2}}{\nu-\sigma+3} \right)' \left] g_{20}^{\nu\sigma} + \dots + \left(\frac{0}{\nu-\sigma+1} \right)' (g_{01}^{\nu\sigma} + h_{00}^{\nu\sigma}) + \left[x_1 \left(\frac{0}{\nu-\sigma+2} \right)' + \right. \right. \\
 & + \gamma_1 \left(\frac{\frac{1}{2}}{\nu-\sigma+2} \right)' \left] (g_{11}^{\nu\sigma} + h_{10}^{\nu\sigma}) + \dots + \left(\frac{\frac{1}{2}}{\nu-\sigma+1} \right)' (g_{02}^{\nu\sigma} + h_{01}^{\nu\sigma}) + \dots \Big\} \\
 & + \dots
 \end{aligned}$$

où on a inscrit même les termes qui s'évanouissent pour mettre en évidence la loi de formation des membres successifs du polynôme. En supprimant ces termes et en observant que, pour ν paires, r impaires seulement, et inversement, donnent, dans les expressions (7) et (8) des valeurs différentes de zéro, on obtient,

$$\begin{aligned}
 \text{pour } \nu \text{ paire : } A_\nu = & \left(\frac{-1}{\nu} \right)' \sum_{\sigma=0,2,\dots}^{\nu} \binom{\nu}{\sigma} \sum_{s=0}^{\nu-\sigma+1} \left\{ \left[x_1 \left(\frac{\frac{s-1}{2}}{\nu-\sigma+2} \right)' + \right. \right. \\
 & + \gamma_1 \left(\frac{\frac{s}{2}}{\nu-\sigma+2} \right)' \left] (g_{1s}^{\nu\sigma} + h_{1,s-1}^{\nu\sigma}) + \left[x_1^3 \left(\frac{\frac{s-1}{2}}{\nu-\sigma+4} \right)' + 3x_1^2 \gamma_1 \left(\frac{\frac{s}{2}}{\nu-\sigma+4} \right)' + \right. \right. \\
 & + 3x_1 \gamma_1^2 \left(\frac{\frac{s+1}{2}}{\nu-\sigma+4} \right)' + \gamma_1^3 \left(\frac{\frac{s+2}{2}}{\nu-\sigma+4} \right)' \left] (g_{3s}^{\nu\sigma} + h_{3,s-1}^{\nu\sigma}) + \dots + \right. \\
 & \left. \left. + \left[x_1^\sigma \left(\frac{\frac{s-1}{2}}{\nu+1} \right)' + \dots \right] (g_{\sigma s}^{\nu\sigma} + h_{\sigma,s-1}^{\nu\sigma}) \right\} \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{et pour } \nu \text{ impaire : } A_\nu = & \left(\frac{-1}{\nu} \right)' \sum_{\sigma=0,2,\dots}^{\nu} \binom{\nu}{\sigma} \sum_{s=0}^{\nu-\sigma+1} \left\{ \left(\frac{\frac{s-1}{2}}{\nu-\sigma+1} \right)' (g_{0s}^{\nu\sigma} + h_{0,s-1}^{\nu\sigma}) + \right. \\
 & + \left[x_1^2 \left(\frac{\frac{s-1}{2}}{\nu-\sigma+3} \right)' + 2x_1 \gamma_1 \left(\frac{\frac{s}{2}}{\nu-\sigma+3} \right)' + \gamma_1^2 \left(\frac{\frac{s+1}{2}}{\nu-\sigma+3} \right)' \right] (g_{2s}^{\nu\sigma} + h_{2,s-1}^{\nu\sigma}) + \dots + \\
 & \left. + \left[x_1^\sigma \left(\frac{\frac{s-1}{2}}{\nu+1} \right)' + \dots \right] (g_{\sigma s}^{\nu\sigma} + h_{\sigma,s-1}^{\nu\sigma}) \right\} \quad (10)
 \end{aligned}$$

étant entendu que tout terme $\left(\frac{\dots}{\dots} \right)'$ dont le nombre supérieur est zéro ou un nombre entier, est égal à zéro. Les expressions (9) et (10) avec les polynômes auxiliaires (7) et (8) permettent de calculer tous les coefficients A_ν et résolvent le problème posé. Les premiers coefficients sont :

$$A_0 = 0, \quad A_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 \left[\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}' g_{00}^{10} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}' (g_{02}^{10} + h_{01}^{10}) \right] = \frac{1}{4} \cos \theta$$

$$A_2 = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{1}{2} (x_1 x_2 \cos \theta + \gamma_1 \gamma_2) = \frac{3}{16} (x_1 x_2 \cos \theta + \gamma_1 \gamma_2)$$

$$A_3 = \frac{15}{128} \cos \theta \left[\frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) + 2(x_1^2 + x_2^2 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2) \right]$$

$$A_4 = \frac{105}{512} \left[\frac{1}{4} x_1 x_2 (\cos^3 \theta + 11 \cos \theta) + \frac{1}{4} \gamma_1 \gamma_2 (11 \cos^2 \theta + 1) + \right. \\ \left. + (x_1 x_2 \cos \theta + \gamma_1 \gamma_2) (x_1^2 + x_2^2 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2) \right]$$

$$A_5 = \frac{315}{4096} \left\{ \frac{\cos \theta}{8} (3 \cos^4 \theta + 2 \cos^2 \theta + 3) + \frac{3}{2} \cos \theta \left[(x_1^2 + x_2^2)(\cos^2 \theta + 3) + \right. \right. \\ \left. \left. + (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)(3 \cos^2 \theta + 1) \right] + 3 \cos \theta (x_1^4 + x_2^4 + \gamma_1^4 + \gamma_2^4) + \right. \\ \left. + 6 \cos \theta (x_1^2 \gamma_1^2 + x_2^2 \gamma_2^2) + 3 \cos \theta (5 x_1^2 x_2^2 + 5 \gamma_1^2 \gamma_2^2 + 3 x_1^2 \gamma_2^2 + 3 x_2^2 \gamma_1^2) + \right. \\ \left. + 6 x_1 x_2 \gamma_1 \gamma_2 (\cos^2 \theta + 1) \right\}$$

Le coefficient A_0 étant égal à zéro, l'expression (2) peut s'écrire

$$M = \frac{4\pi^2 Rr}{q} h^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{\nu} h^{2\nu-2} = \frac{8\pi^2 R^2 r^2}{q^3} \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{\nu} h^{2\nu-2} = \\ = 2\pi^2 \sqrt{2R \cdot r} \cdot h^3 \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{\nu} h^{2\nu-2} \quad (11)$$

IV. Développement suivant les puissances de k_1 . — La convergence de l'expression ainsi obtenue pour l'inductance mutuelle M est suffisante dans tous les cas où h^2 est petit (inférieur à 0,5 par exemple) et où x_1 et x_2 ne sont pas trop grands pour faire croître rapidement les valeurs de A_{ν} , c'est-à-dire pour des cercles distants l'un de l'autre et pour a petit par rapport à R et r . Plus les cercles sont rapprochés, plus la distance a doit être petite. Une convergence plus avantageuse dans certains cas peut être obtenue en substituant au coefficient h un autre coefficient k_1 donné par la relation

$$k_1^2 = \frac{4 Rr}{a^2 + v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos \theta + (R + r)^2}$$

Nous obtenons le développement suivant les puissances de k_1 en introduisant, dans l'équation (11), $k^2 = \frac{k_1^2}{2\left(1 - \frac{k_1^2}{2}\right)}$, c'est-à-dire en

posant

$$M = 2\pi^2 \sqrt{2Rr} \frac{k_1^3}{2\sqrt{2} (1 - k_1^2/2)^{3/2}} \left(A_1 + \frac{A_2}{2} \frac{k_1^2}{1 - k_1^2/2} + \frac{A_3}{4} \frac{k_1^4}{(1 - k_1^2/2)^2} + \dots \right)$$

En développant, séparément pour chaque membre de la série, le binôme $(1 - k_1^2/2)^{-3/2}$ on obtient :

$$\begin{aligned} M = \pi^2 \sqrt{Rr} k_1^3 \left\{ A_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} A_1 + A_2 \right) k_1^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} A_1 + \frac{5}{2} A_2 + A_3 \right) k_1^4 + \dots + \right. \\ \left. + \frac{1}{2^{v-1}} \left[\frac{3 \cdot 5 \dots (2v-1)}{2 \cdot 4 \dots (2v-2)} A_1 + \frac{5 \cdot 7 \dots (2v-1)}{2 \cdot 4 \dots (2v-4)} A_2 + \dots + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2v-1}{2} A_{v-1} + A_v \right] k_1^{2v-2} + \dots \right\} = \pi^2 \sqrt{Rr} k_1^3 \sum_{v=1}^{\infty} B_v k_1^{2v-2} \end{aligned} \quad (12)$$

où B_v désigne les nouveaux coefficients dont la formation est indiquée par le terme général. Les premiers coefficients B_v que l'on a déterminés à l'aide des coefficients A_v , sont :

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{4} \cos \theta, & B_2 &= \frac{3}{16} \left[\cos \theta + \frac{1}{2} (x_1 x_2 \cos \theta + \gamma_1 \gamma_2) \right] \\ B_3 &= \frac{15}{128} \left\{ \left[\frac{9}{8} + x_1 x_2 + \frac{1}{8} \cos^2 \theta + \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2) \right] \cos \theta + \gamma_1 \gamma_2 \right\} \\ B_4 &= \frac{35}{4096} \left\{ \left[11 + 3 \cos^2 \theta + \frac{3}{4} x_1 x_2 (27 + \cos^2 \theta) \right] \cos \theta + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{4} \gamma_1 \gamma_2 (17 + 11 \cos^2 \theta) + 3 (x_1 x_2 \cos \theta + \gamma_1 \gamma_2 + 4 \cos \theta) (x_1^2 + x_2^2 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2) \right\} \end{aligned}$$

V. 1^{er} cas spécial : $a = 0$. — Les axes perpendiculaires aux plans des deux cercles se coupent (fig. 2 a) et les cercles se trouvent donc sur deux sphères concentriques dont les rayons sont $e_1 = \sqrt{v_1^2 + R^2}$ et $e_2 = \sqrt{v_2^2 + r^2}$ respectivement. En introduisant $q^2 = e_1^2 \left(1 + \frac{v_2^2}{e_1^2} + 2 \frac{v_1 v_2}{e_1^2} \cos \theta \right)$ dans l'équation (11), on obtient :

$$M = \frac{8\pi^2 R^2 r^2}{e_1^3} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \frac{(2Rr)^{v-1}}{e_1^{2v-2}} \left(1 + \frac{v_2^2}{e_1^2} + 2 \frac{v_1 v_2}{e_1^2} \cos \theta \right)^{-v-1-\frac{3}{2}}$$

En développant, pour des valeurs successives de ν , le trinôme que contient cette expression et en remplaçant R^2 et r^2 , dans tous

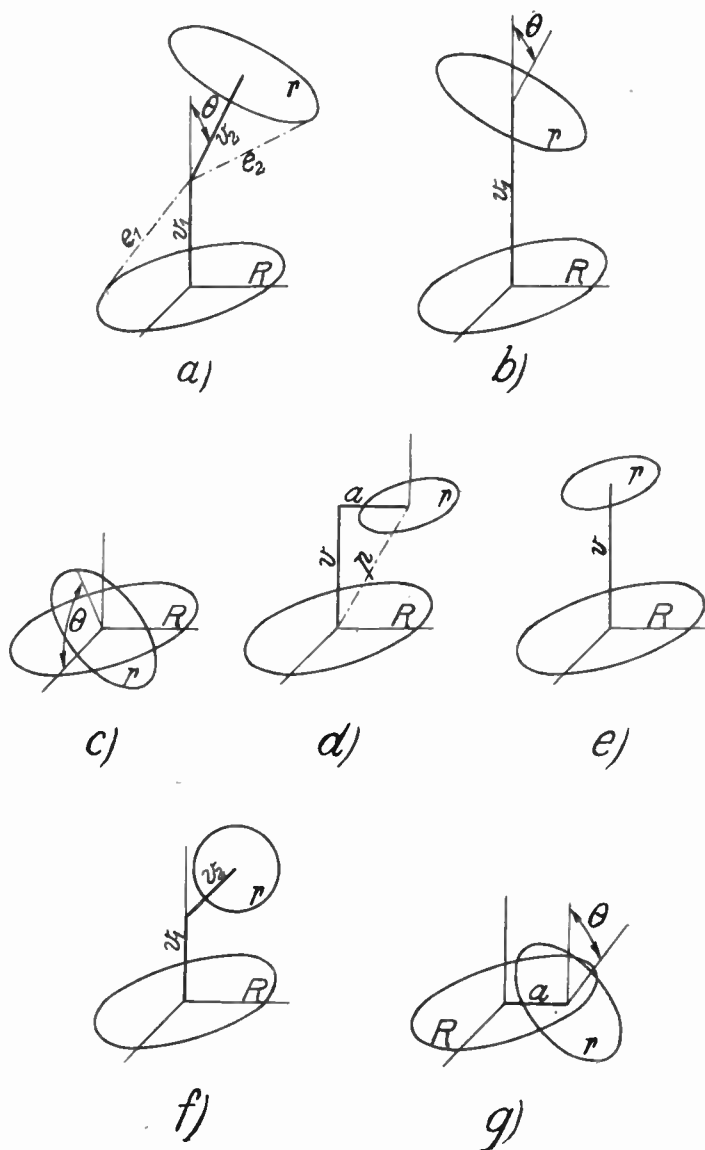


Fig. 2. — Cas spéciaux de la position réciproque de deux cercles.

les termes de la série, par $e_1^2 - v_1^2$ et $e_2^2 - v_2^2$, on obtient une série ne contenant que les puissances de $\left(\frac{e_2}{e_1}\right)$, $\left(\frac{v_1}{e_1}\right)$ et de $\left(\frac{v_2}{e_2}\right)$. Il

serait, alors, facile de montrer que ce développement est identique à celui indiqué, pour ce cas spécial, par Snow ⁶ et qui peut s'écrire

$$M = \frac{4\pi^2 R^2 r^2}{e_1^2 e_2} \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{e_2}{e_1} \right)^s \frac{1}{s(s+1)} P_s(\cos \theta) \cdot P'_s \left(\frac{e_1}{e_2} \right) P'_s \left(\frac{e_2}{e_1} \right) \quad (13)$$

où P_s sont les harmoniques zonaux ⁷ et P'_s leurs dérivées par rapport à l'argument. Nous ne voulons pas donner cette démonstration. Pour des valeurs de e_1 et de e_2 égales ou rapprochées, les développements (11) ou (12) peuvent donner une meilleure convergence que la formule (13).

Tous les termes des expressions (9) et (10) contenant α_1 ou α_2 s'évanouissent, les polynômes auxiliaires g et h donnés par (7) et (8) se réduisent à un seul terme. Les coefficients A_s sont exprimés par des polynômes beaucoup plus simples que ceux valables dans le cas général; on a, en effet, pour ν paire :

$$\begin{aligned} A_s = & \left(\frac{-1}{\nu} \right)^s \sum_{\sigma=2,4,\dots}^{\nu} \binom{\nu}{\sigma} \sum_{s=1,3,\dots}^{\nu-\sigma+1} \left[\binom{\nu-\sigma}{s} \cos^{s+1} \theta + \right. \\ & \left. + \binom{\nu-\sigma}{s-1} \cos^{s-1} \theta \right] \left\{ \gamma_1^0 \gamma_2^{\sigma-1} \binom{\sigma}{1} \left(\frac{\frac{s}{2}}{\frac{\nu-\sigma+2}{2}} \right)^s \left(\frac{\frac{\sigma+s-2}{2}}{\frac{\nu}{2}} \right)^s + \right. \\ & \left. + \gamma_1^3 \gamma_2^{\sigma-3} \binom{\sigma}{3} \left(\frac{\frac{s+2}{2}}{\frac{\nu-\sigma+4}{2}} \right)^s \left(\frac{\frac{\sigma+s-4}{2}}{\frac{\nu-2}{2}} \right)^s + \dots \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

et pour ν impaire :

$$\begin{aligned} A_s = & \left(\frac{-1}{\nu} \right)^s \sum_{\sigma=0,2,\dots}^{\nu} \binom{\nu}{\sigma} \sum_{s=0,2,\dots}^{\nu-\sigma+1} \left[\binom{\nu-\sigma}{s} \cos^{s+1} \theta + \right. \\ & \left. + \binom{\nu-\sigma}{s-1} \cos^{s-1} \theta \right] \left\{ \gamma_1^0 \gamma_2^{\sigma} \binom{\sigma}{0} \left(\frac{\frac{s-1}{2}}{\frac{\nu-\sigma+1}{2}} \right)^s \left(\frac{\frac{\sigma+s-1}{2}}{\frac{\nu+1}{2}} \right)^s + \right. \\ & \left. + \gamma_1^2 \gamma_2^{\sigma-2} \binom{\sigma}{2} \left(\frac{\frac{s+1}{2}}{\frac{\nu-\sigma+3}{2}} \right)^s \left(\frac{\frac{\sigma+s-3}{2}}{\frac{\nu-1}{2}} \right)^s + \dots \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

(étant entendu que le deuxième terme dans la première parenthèse

6. Voir référence 4.

7.

$$P_s(x) = \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^s (-1)^{\mu} \frac{(2s-2\mu)!}{\mu! (s-\mu)! (s-2\mu)!} x^{s-2\mu}$$

devient égal à zéro pour $s = 0$). Les coefficients Λ_1 à Λ_5 s'obtiennent facilement de ceux donnés ci-dessus pour le cas général; les deux coefficients suivants pour ce cas spécial sont :

$$\begin{aligned}\Lambda_6 &= \frac{3465}{16.384} \gamma_1 \gamma_2 \left[\frac{1}{8} (1 + 10 \cos^2 \theta + 29 \cos^4 \theta) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2) (1 + 17 \cos^2 \theta) + \gamma_1^4 + \gamma_2^4 + 3 \gamma_1^2 \gamma_2^2 \right] \\ \Lambda_7 &= \frac{15015}{262.144} \cos \theta \left[\frac{1}{16} (5 + 6 \cos^2 \theta + 6 \cos^4 \theta + 5 \cos^6 \theta) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{8} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2) (3 + 6 \cos^2 \theta + 20 \cos^4 \theta + 32 \gamma_1^2 \gamma_2^2) + 12 \gamma_1^2 \gamma_2^2 (1 + 7 \cos^2 \theta) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} (\gamma_1^4 + \gamma_2^4) (3 + 20 \cos^2 \theta) + 4 (\gamma_1^6 + \gamma_2^6) \right]\end{aligned}$$

VI. 2^e cas spécial : $\mathbf{a} = \mathbf{0}$, $\mathbf{v}_2 = \mathbf{0}$. — Le centre du cercle II se trouve sur l'axe perpendiculaire au plan du cercle I (fig. 2 b). On a $\gamma_2 = 0$ et l'expression (15) donne, pour ν impaire :

$$\begin{aligned}\Lambda_\nu &= \left(\frac{-1}{2} \right)' \sum_{\sigma=0,2,\dots}^{\nu-1} \binom{\nu}{\sigma} \gamma_1^\sigma \sum_{s=0,2,\dots}^{\nu-\sigma+1} \left[\binom{\nu-\sigma}{s} \cos^{s+1} \theta + \right. \\ &\quad \left. + \binom{\nu-\sigma}{s-1} \cos^{s-1} \theta \right] \left(\frac{\frac{s-1}{2}}{\nu-\sigma+1} \right)' \left(\frac{\frac{\sigma+s-1}{2}}{\frac{\nu+1}{2}} \right)' \quad (16)\end{aligned}$$

tandis que Λ_ν pour ν paire devient zéro. Sans reproduire les coefficients Λ_1 à Λ_7 qui s'obtiennent facilement, en annulant γ_2 , α_1 et α_2 , de ceux indiqués ci-dessus, nous donnons le coefficient suivant

$$\begin{aligned}\Lambda_9 &= \frac{12.155}{65.536} \frac{63}{256} \cos \theta \left[\frac{1}{64} (35 + 20 \cos^2 \theta + 18 \cos^4 \theta + 20 \cos^6 \theta + \right. \\ &\quad \left. + 35 \cos^8 \theta) + \frac{5}{16} \gamma_1^2 (5 + 9 \cos^2 \theta + 15 \cos^4 \theta + 35 \cos^6 \theta) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{5}{4} \gamma_1^4 (3 + 8 \cos^2 \theta + 35 \cos^4 \theta) + 5 \gamma_1^6 (1 + 7 \cos^2 \theta) + 5 \gamma_1^8 \right]\end{aligned}$$

VII. 3^e cas spécial : $\mathbf{a} = \mathbf{0}$, $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = \mathbf{0}$. — C'est le cas de deux cercles concentriques dont les plans forment l'angle θ (fig. 2 c). L'expression donnant les coefficients Λ_ν s'obtient en partant de l'équation (16) et en posant $\gamma_1 = 0$; le polynôme ne subsiste que pour $\sigma = 0$ et on a

$$A_v = \left(\begin{matrix} -1 \\ 2 \end{matrix} \right)' \sum_{s=0,2,\dots}^{v+1} \left[\binom{v}{s} \cos^{s+1} \theta + \binom{v}{s-1} \cos^{s-1} \theta \right] \left(\begin{matrix} s-1 \\ 2 \end{matrix} \right)' 2$$

ou, en ordonnant suivant les puissances de $\cos \theta$, en inscrivant, ensuite, in extenso, les expressions figurées par les termes $\binom{v}{s}$ et après une légère modification

$$\begin{aligned} A_v &= \cos \theta \left(\begin{matrix} -1 \\ 2 \end{matrix} \right)' \sum_{s=0,2,\dots}^v \cos^s \theta \frac{v+1}{v-s} \binom{v}{s} \left(\begin{matrix} s-1 \\ 2 \end{matrix} \right)' 2 = \\ &= \frac{1 \cdot 3 \dots 2v-1}{2 \cdot 4 \dots 2v} \frac{v+1}{[2 \cdot 4 \dots v+1]^2} \sum_{s=0,2,\dots}^v \binom{v}{s} \cos^{s+1} \theta \frac{[s-1, s-3, \dots, 5, 3, 1, 1, 3, 5, \dots, (v-s)]^2}{v-s} \end{aligned}$$

Le paramètre q^2 étant réduit à $R^2 + r^2$, l'expression donnant l'inductance mutuelle M peut facilement être développée suivant les puissances du rapport $\varepsilon = r/R$. En effet, étant donné que

$$k^2 = 2 Rr / (R^2 + r^2) = 2 \varepsilon / (1 + \varepsilon^2),$$

nous obtenons, en partant de la dernière expression (11)

$$\begin{aligned} M &= 8\pi^2 R \cdot \varepsilon^2 [A_1 (1 + \varepsilon^2)^{-\frac{3}{2}} + 2^2 A_3 \varepsilon^2 (1 + \varepsilon^2)^{-\frac{7}{2}} + \dots \\ &\dots + 2^{v-1} A_v \varepsilon^{v-1} (1 + \varepsilon^2)^{-v-\frac{1}{2}} + \dots] \end{aligned}$$

En développant le binôme $(1 + \varepsilon^2)$ pour toutes les puissances $(-v-\frac{1}{2})$ et en regroupant les termes suivants les puissances de ε ,

$$\text{on obtient :} \quad M = 8\pi^2 R \cdot \varepsilon^2 \sum_{x=0,1,2,\dots}^{\infty} b_{2x} \varepsilon^{2x} \quad (17)$$

où b_{2x} sont les nouveaux coefficients dont l'expression générale est

$$b_{2x} = \cos \theta \sum_{r=1,2,\dots}^{x+1} \left(\begin{matrix} -4r-1 \\ 2 \end{matrix} \right) 2^{2r-2} \left(\begin{matrix} -1 \\ 2r-1 \end{matrix} \right)' \sum_{s=0,2,\dots}^{2r} \cos^s \theta \frac{2r}{2r-1-s} \binom{2r-1}{s} \left(\begin{matrix} s-1 \\ 2 \end{matrix} \right)' 2$$

Les premiers coefficients b_{2x} sont :

$$b_0 = \frac{1}{4} \cos \theta \quad b_2 = \frac{3}{64} \cos \theta (-3 + 5 \cos^2 \theta)$$

$$b_4 = \frac{15}{2048} \cos \theta (15 - 70 \cos^2 \theta + 63 \cos^4 \theta)$$

$$b_6 = \frac{175}{65536} \cos \theta (-35 + 315 \cos^2 \theta - 693 \cos^4 \theta + 429 \cos^6 \theta)$$

Le développement ainsi obtenu pour M est identique à la formule suivante, que l'on indique ordinairement dans ce cas spécial :

$$M = 2\pi^2 R \vartheta^2 \sum_{n=0,1,\dots}^{\infty} \vartheta^{2n} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2^{2n} n!} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)}{(n+1)!} P_{2n+1}(\cos \theta).$$

VIII. 4^e cas spécial : $\theta = 0$. — Les cercles I et II se trouvent dans deux plans parallèles (fig. 2 *d*). On a $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ et les polynômes auxiliaires g et h se réduisent à un seul terme que l'on obtient en posant $\sigma = s$ et $\tau = s - 1$ respectivement. Dans les expressions générales (9) et (10), les termes ne contenant pas γ_1 ou γ_2 seuls subsistent et on obtient, en observant que s pair seulement donne des valeurs différentes de zéro et après introduction de (7) et de (8) ainsi qu'après une légère transformation, pour ν paire :

$$\Lambda_\nu = \binom{-\frac{1}{2}}{\nu} \sum_{\sigma=0,2,\dots}^{\nu} \binom{\nu}{\sigma} \sum_{s=0,2,\dots}^{\nu-\sigma+1} \left[\binom{\nu-\sigma}{s} + \binom{\nu-\sigma}{s-1} \right] \left\{ x_1 x_2^{\sigma-1} \binom{\sigma}{1} \left(\frac{s-1}{\frac{\nu-\sigma+2}{2}} \right)' \left(\frac{s-1}{\frac{\nu}{2}} \right)' + \right. \\ \left. + x_1^3 x_2^{\sigma-3} \binom{\sigma}{3} \left(\frac{s-1}{\frac{\nu-\sigma+4}{2}} \right)' \left(\frac{s-1}{\frac{\nu}{2}} \right)' + \dots \right\}$$

et pour ν impaire :

$$\Lambda_\nu = \binom{-\frac{1}{2}}{\nu} \sum_{\sigma=0,2,\dots}^{\nu} \binom{\nu}{\sigma} \sum_{s=0,2,\dots}^{\nu-\sigma+1} \left[\binom{\nu-\sigma}{s} + \binom{\nu-\sigma}{s-1} \right] \left\{ x_1^0 x_2^{\sigma} \binom{\sigma}{0} \left(\frac{s-1}{\frac{\nu-\sigma+1}{2}} \right)' \left(\frac{s-1}{\frac{\nu+1}{2}} \right)' + \right. \\ \left. + x_1^2 x_2^{\sigma-2} \binom{\sigma}{2} \left(\frac{s-1}{\frac{\nu-\sigma+3}{2}} \right)' \left(\frac{s-1}{\frac{\nu}{2}} \right)' + \dots \right\}$$

ces polynômes devant, comme ordinairement, être développés jusqu'à l'épuisement. Les premiers coefficients Λ_ν sont, si l'on inscrit les paramètres a , R et r au lieu de leurs rapports x_1 et x_2 :

$$\Lambda_1 = \frac{1}{4}, \quad \Lambda_2 = -\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{a^2}{2 R r} = -\frac{3}{16} \frac{a^2}{R r}, \quad \Lambda_3 = \frac{15}{128} \left[1 + 2 a^2 \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right] \\ \Lambda_4 = -\frac{105}{512} \frac{a^2}{R r} \left[3 + a^2 \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right], \\ \Lambda_5 = \frac{315}{4096} \left[1 + 6 a^2 \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} \right) + 3 a^4 \left(\frac{1}{R^4} + \frac{5}{R^2 r^2} + \frac{1}{r^4} \right) \right]$$

Le paramètre q^2 étant réduit à $p^2 + R^2 + r^2$ où p est la distance entre les centres des deux cercles, l'expression donnant l'inductance mutuelle M peut s'écrire

$$M = \frac{8\pi^2 R^2 r^2}{p^3} \left[A_1 \left(1 + \frac{R^2 + r^2}{p^2} \right)^{-\frac{3}{2}} + A_2 \left(1 + \frac{R^2 + r^2}{p^2} \right)^{-\frac{5}{2}} + \dots \right]$$

En développant tous les binômes suivant les puissances de $(R^2 + r^2) / p^2$, en multipliant par les coefficients A_i et en posant, ensuite, $a^2 = p^2 - v^2$, on obtient, après un calcul assez long que nous ne reproduirons pas, le développement ne contenant que les paramètres R , r , p et v et dont les premiers termes sont :

$$M = \frac{8\pi^2 R^2 r^2}{p^3} \left[8 \left(3 \frac{v^2}{p^2} - 1 \right) - \frac{3}{16} \frac{R^2 + r^2}{p^2} 8 \left(35 \frac{v^4}{p^4} - 30 \frac{v^2}{p^2} + 3 \right) + \dots \right]$$

Le développement ainsi obtenu est identique à la formule de Butterworth⁸ qui peut être écrite sous la forme :

$$M = 4\pi^2 \frac{R^2}{r} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\Gamma(n + \frac{1}{2})}{\Gamma(n)} \left(\frac{r}{p} \right)^{2n+1} P_{2n} \left(\frac{v}{p} \right) F \left(-n, 1-n, 2, \frac{R^2}{r^2} \right) \quad (18)$$

où Γ désigne la fonction gamma⁹ et F une série hypergéométrique¹⁰.

Nous ne démontrerons pas que l'on pourrait passer, de notre expression, aux deux autres formules indiquées, pour des cercles parallèles, par Snow¹¹ et qui sont destinées aux cas où $p < R - r$ et $R + r > p > R - r$ respectivement, tandis que l'expression (18) donne une convergence suffisante pour $p > R + r$. La convergence de notre série des puissances de k est suffisante dans tous les cas où a est petit par rapport à R et à r et où v est grand, c'est-à-dire pour des cercles distants l'un de l'autre et peu désaxés, ainsi que, si ces deux conditions ne sont pas suffisamment remplies, pour les cas où r est petit par rapport à R .

8. Voir référence 3.

9. $\Gamma \left(n + \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi^{1/2}}{2^n} [1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)]$, $\Gamma(n) = (n-1)!$

10. $F(n, v, w, z) = 1 + \frac{n \cdot v}{1 \cdot w} z + \frac{n(n+1) \cdot v(v+1)}{1 \cdot 2 \cdot w(w+1)} z^2 + \dots$

11. Voir référence 3.

Dans d'autres cas, le développement suivant les puissances de k , peut donner une convergence plus rapide de la série. Les premiers coefficients B_v sont, alors,

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \frac{1}{4}, & B_2 &= \frac{3}{16} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{a^2}{Rr} \right) & B_3 &= \frac{15}{512} \left[5 + 2a^2 \frac{(R-r)^2}{R^2 r^2} \right] \\
 B_4 &= \frac{35}{4096} \left[14 - 21 \frac{a^2}{Rr} + 3a^2 \left(4 - \frac{a^2}{Rr} \right) \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right] \\
 B_5 &= \frac{315}{65536} \left[21 - 52 \frac{a^2}{Rr} + 6a^2 \left(5 - 2 \frac{a^2}{Rr} \right) \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} \right) + 3a^4 \left(\frac{1}{R^4} + \frac{1}{r^4} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + 15 \frac{a^4}{R^2 r^2} \right] \\
 B_6 &= \frac{693}{524288} \left[66 - 245 \frac{a^2}{Rr} + 10a^2 \left(14 - 9 \frac{a^2}{Rr} \right) \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + 5a^4 \left(6 - \frac{a^2}{Rr} \right) \left(\frac{1}{R^4} + \frac{1}{r^4} \right) + 150 \frac{a^4}{R^2 r^2} - 15 \frac{a^6}{R^3 r^3} \right]
 \end{aligned}$$

L'expression (12) peut être employée, avec ces coefficients B_v , même pour des paramètres ν assez petits par rapport à R , et, dans le cas extrême, même pour $\nu = 0$, c'est-à-dire pour deux cercles se trouvant dans le même plan, si toutefois r et a sont, en même temps, suffisamment petits par rapport à R .

IX. 5^e cas spécial : $\theta = 0$, $a = 0$. — C'est le cas ordinaire de deux cercles coaxiaux (fig. 2 e). En annulant tous les termes contenant a dans les coefficients B_v valables pour le cas précédent, on obtient les coefficients du développement bien connu qui peuvent s'écrire sous la forme :

$$B_\nu = \frac{2\nu}{\nu+1} \left(\frac{-1}{\nu} \right)^{\nu+1} = \frac{2\nu}{\nu+1} \left(\frac{1 \cdot 3 \cdots (2\nu-1)}{2 \cdot 4 \cdots 2\nu} \right)^2.$$

X. 6^e cas spécial : $\theta = 90^\circ$. — Les deux cercles se trouvent dans deux plans perpendiculaires. Le polynôme auxiliaire g devient égal à zéro, le polynôme h pour $s = 0$ seulement est différent de zéro, mais le cas où a ne s'annule pas, offre peu d'intérêt. Si, par contre,

on a $\alpha = 0$ (fig. 2 *f*), on obtient, en partant de l'expression (9), pour ν paire :

$$\begin{aligned} A_\nu = \binom{-1}{-2}^{\nu} \sum_{\sigma=2,4,\dots}^{\nu} \binom{\nu}{\sigma} \left[\gamma_1 \gamma_2^{\sigma-1} \binom{\sigma}{1} \binom{-1}{\nu-\sigma+2}^{\nu} \binom{-1}{-2}^{\nu} + \right. \\ \left. + \gamma_1^3 \gamma_2^{\sigma-3} \binom{\sigma}{3} \binom{-3}{\nu-\sigma+1}^{\nu} \binom{-3}{-2}^{\nu} + \dots \right] \end{aligned}$$

tandis que A_ν pour ν impaire devient égal à zéro. Cette expression permet de calculer facilement les coefficients A_ν à appliquer dans ce cas, dont les premiers sont :

$$A_2 = \frac{3}{16} \gamma_1 \gamma_2, \quad A_4 = \frac{105}{512} \gamma_1 \gamma_2 \left(\frac{1}{4} + \gamma_1^2 + \gamma_2^2 \right),$$

$$A_6 = \frac{3465}{16384} \gamma_1 \gamma_2 \left[\frac{1}{8} + \frac{1}{2} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2) + \gamma_1^4 + \gamma_2^4 + 3 \gamma_1^2 \gamma_2^2 \right]$$

$$\begin{aligned} A_8 = \frac{125.225}{4.194.304} \gamma_1 \gamma_2 \left[\frac{5}{16} + \left(\frac{3}{2} + 24 \gamma_1^2 \gamma_2^2 \right) (\gamma_1^2 + \gamma_2^2) + 3 (\gamma_1^4 + \gamma_2^4) + \right. \\ \left. + 8 \gamma_1^2 \gamma_2^2 + 4 (\gamma_1^6 + \gamma_2^6) \right] \end{aligned}$$

XI. 7^e cas spécial. — Considérons le cas où le centre du cercle II se trouve dans le plan du cercle I et que l'on obtient en posant $\nu_2 \cos \theta = -\nu_1$. On a, par conséquent, $\gamma_2 \cos \theta = -\gamma_1 R/r$, ce qui ne simplifie guère les expressions (9) et (10). Mais si on fait, en même temps, $\nu_1 = 0$, on a $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$, l'intersectrice des plans des deux cercles passe par leurs centres, les polynômes g et h se réduisent à un seul terme et on obtient, pour les coefficients A_ν , des expressions qui sont identiques à celles indiquées pour le 4^e cas spécial, sauf que les binômes dans les premières parenthèses de ces expressions sont à remplacer par

$$\left[\binom{\nu-\sigma}{s} \cos^{s+1} \theta + \binom{\nu-\sigma}{s-1} \cos^{s-1} \theta \right]$$

Cette position des deux cercles a beaucoup de ressemblance avec celle du 3^e cas, de laquelle elle ne diffère que du fait, que les centres des cercles sont distants de α (fig. 2 *g*) au lieu de coïncider.

Les coefficients B_i que l'on obtient d'après la règle générale en partant des coefficients A_i , sont

$$B_1 = \frac{1}{4} \cos \theta, \quad B_2 = \frac{3}{32} \cos \theta (2 + x_1 x_2),$$

$$B_3 = \frac{15}{1024} \cos \theta \left[9 + \cos^2 \theta + 4 (x_1 + x_2)^2 \right]$$

$$B_4 = \frac{35}{16.384} \cos \theta \left[44 + 12 \cos^2 \theta + 3 x_1 x_2 (27 + \cos^2 \theta) + \right. \\ \left. + 12 (4 + x_1 x_2) (x_1^2 + x_2^2) \right]$$

$$B_5 = \frac{315}{524.288} \cos \theta \left[115 + 50 \cos^2 \theta + 3 \cos^4 \theta + 8 x_1 x_2 (49 + 3 \cos^2 \theta) + \right. \\ \left. + 12 (x_1^2 + x_2^2) (19 + \cos^2 \theta + 8 x_1 x_2) + 24 (x_1^4 + x_2^4) + 120 x_1^2 x_2^2 \right]$$

La convergence du développement suivant les puissances de k_1 est suffisante dans tous les cas où x_1 et x_2 sont petits ($< 0,6$ par exemple) et où r est petit par rapport à R , c'est-à-dire pour des cercles de grandeur différente et peu excentrés. Si a devient égal à zéro, on a le 3^e cas de cercles concentriques; si θ devient égal à zéro, on a le 4^e cas; si θ devient égal à 90° , tous les coefficients, et avec eux M , s'annulent.

XII. Coefficients numériques et courbes facilitant le calcul dans deux cas particuliers. — Le système de deux courants circulaires se trouvant dans une position réciproque quelconque étant déterminé par 6 paramètres, il n'est pas possible de donner, pour le cas général, des tables numériques ou des courbes pouvant faciliter le calcul pratique de M , telles que, — par exemple, — on a établi pour des cercles coaxiaux ¹². Cela n'est possible que dans quelques cas particuliers où le nombre de paramètres est réduit. Nous voulons, à ce point de vue, examiner les deux cas particuliers suivants.

12. Voir référence 1, dernière citation.

A. Cercles concentriques. — Mettons l'équation (17) relative à ce cas sous la forme $M = D \varphi_1$ avec

$$\varphi_1 = 4\pi^2 \varepsilon^2 \sum_{\nu=0,1,2,\dots}^{\infty} b_{2\nu} \varepsilon^{2\nu},$$

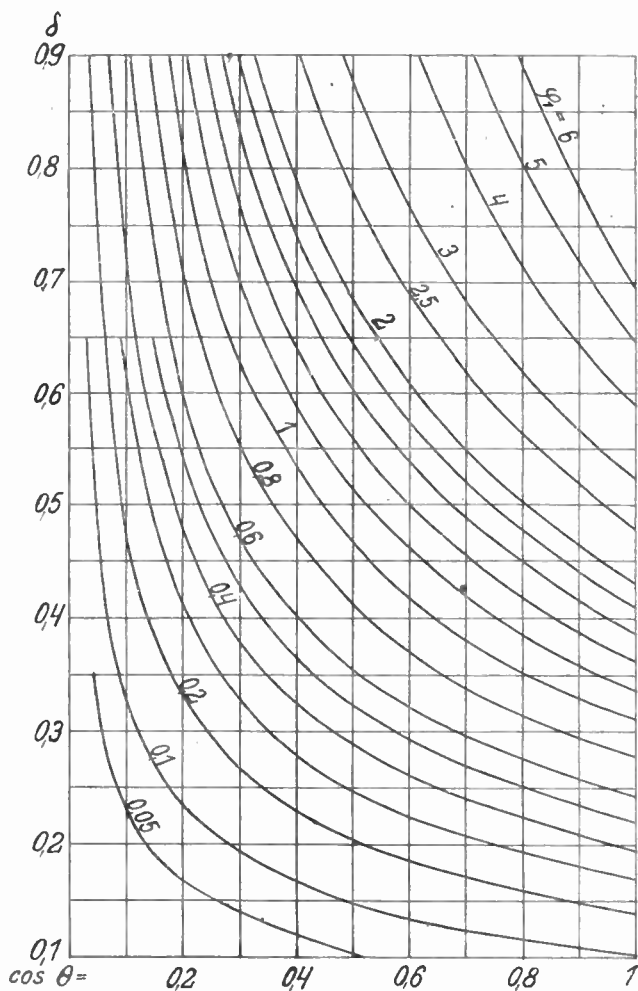


FIG. 3. — Détermination de l'inductance mutuelle de deux cercles concentriques : $M = D\varphi_1$; courbes représentant φ_1 en fonction de $\cos \theta$ et de $\varepsilon = r/R$.

$D = 2R$ étant le diamètre du cercle I, ($R > r$). La fonction φ_1 ne dépend que de θ et de ε et peut s'écrire, pour des valeurs de θ (ou de $\cos \theta$) déterminées, sous la forme

$$\varphi_1 = \varepsilon^2 (c_0 + c_2 \varepsilon^2 + c_4 \varepsilon^4 + c_6 \varepsilon^6 + c_8 \varepsilon^8 + c_{10} \varepsilon^{10} + \dots) \quad (19)$$

les nouveaux coefficients c_{2x} étant des fonctions de $\cos \theta$, $z = r/R$.

Les valeurs numériques des six premiers coefficients pour les différentes valeurs de $\cos \theta$, que l'on a déterminées à l'aide des expressions données pour b_{2x} , sont les suivantes :

$\cos \theta$	c_0	c_2	c_4	c_6	c_8	c_{10}
0,1	0,987	— 0,546	0,444	— 0,337	0,281	— 0,236
0,2	1,974	— 1,036	0,711	— 0,494	0,327	— 0,191
0,3	2,961	— 1,499	0,799	— 0,378	0,054	0,094
0,4	3,948	— 1,629	0,629	— 0,025	— 0,251	0,269
0,5	4,935	— 1,619	0,208	0,376	— 0,356	0,070
0,6	5,922	— 1,332	— 0,353	0,544	— 0,061	— 0,269
0,7	6,909	— 0,732	— 0,845	0,253	0,361	— 0,445
0,8	7,896	0,269	— 0,924	— 0,404	0,249	0,316
0,9	8,883	1,745	— 0,095	— 0,620	— 0,491	— 0,110
1,0	9,8696	3,7011	2,3132	1,6867	1,3282	1,0958

Ces coefficients numériques permettent de calculer aisément ε_1 et, par suite M, si les valeurs de $\cos \theta$ et de z sont données. Une représentation graphique de la fonction ε_1 est donnée par la figure 3; la famille de courbes correspondant à des valeurs entières de ε_1 a été construite par l'interpolation graphique¹². Elle permet de déterminer directement avec une précision suffisante pour des calculs techniques, la valeur de ε_1 pour des valeurs de $\cos \theta$ et de z allant de 0 à 1 et de 0,1 à 0,9 respectivement.

B. Cercles égaux et parallèles. — Les coefficients B_1 à B_6 donnés pour le 4^e cas spécial se réduisent, si l'on pose

$$R = r, \text{ et } \frac{a}{2R} = \frac{a}{D} = \tau, \text{ à :}$$

$$B_1 = 0,25, \quad B_2 = \frac{3}{46}(1 - 2\tau^2), \quad B_3 = \frac{75}{512} = 0,1465,$$

$$B_4 = \frac{35}{2048}(7 + 6\tau^2 - 48\tau^4), \quad B_5 = \frac{315}{65.536}(21 + 32\tau^2 - 48\tau^4),$$

$$B_6 = \frac{693}{262.144}(33 + 90\tau^2 + 240\tau^4 - 800\tau^6)$$

et le coefficient k_1 devient

$$k_1^2 = \frac{4R^2}{a^2 + v^2 + 4R^2} = \frac{1}{1 + \tau^2 + \xi^2}$$

où $\xi = \frac{v}{2R} = \frac{v}{D}$, v étant la distance entre les plans des deux

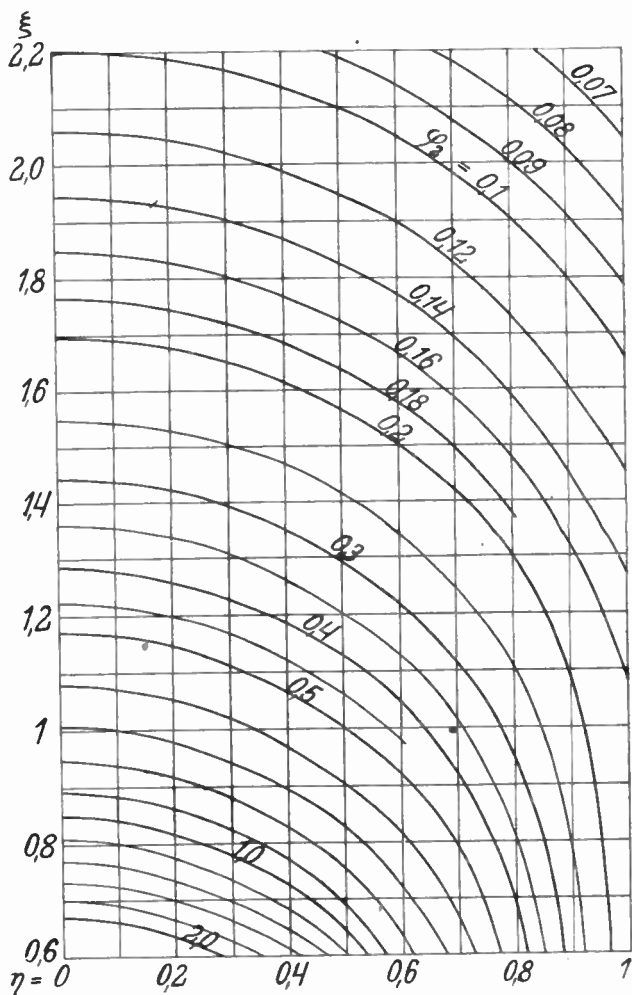


Fig. 1. — Détermination de l'inductance mutuelle de deux cercles égaux se trouvant dans deux plans parallèles; $M = D\tau_2$; courbes représentant τ_2 en fonction de $\tau = v/D$ et de $\xi = a/D$.

cercles. En posant $M = D\tau_2$, la fonction τ_2 est donnée par l'équation

$$\tau_2 = \frac{\pi^2}{2} (k_1^4 (B_1 + B_2 k_1^2 + B_3 k_1^4 + B_4 k_1^6 + B_5 k_1^8 + B_6 k_1^{10} + \dots))$$

Les coefficients B_i ne dépendent que de γ (sauf B_1 et B_3 qui sont constants) et les premiers entre eux sont donnés pour quelques valeurs de γ , par le tableau suivant :

γ	B_2	B_4	B_5	B_6
0	0,1875	0,1196	0,1009	0,0872
0,2	0,1725	0,1224	0,1067	0,0976
0,4	0,1275	0,1150	0,1196	0,1329
0,6	0,0525	0,0502	0,1264	0,1564
0,8	-0,0525	-0,1507	0,1049	-0,0550
1,0	-0,1875	-0,5981	0,0240	-0,1155

La fonction ε_2 est représentée graphiquement par la figure 4 qui permet une détermination directe de ε_2 pour des valeurs de γ et de ξ allant de 0 à 1 et de 0,6 à 2,2 respectivement. Ce graphique complète donc, pour des cercles parallèles, égaux et peu excentrés, celui qui a été donné dans un travail antérieur ¹³ pour des cercles égaux et parallèles pour lesquels le paramètre γ est supérieur à 1,3.

XIII. Exemples numériques. — Sans reproduire entièrement les calculs correspondants, nous donnons ci-après, pour montrer l'utilisation pratique des différentes formules, quelques exemples numériques se rapportant aux courants circulaires dans différentes positions réciproques.

1. (Cas général). $R = 3$, $r = 2$, $v_1 = 4$, $v_2 = 3$, $a = 2$ (en centimètres); $\theta = 30^\circ$. On a $x_1 = -2/3$, $x_2 = 1$, $y_1 = 2/3$, $y_2 = 3/4$; $q^2 = 62,78$, $k^2 = 0,1911$. Les cinq premiers coefficients A_i calculés suivant les formules indiquées pour le cas général sont :

$$A_1 = \frac{1}{8}\sqrt{3} = 0,2165, \quad A_2 = -0,0145, \quad A_3 = 0,5864, \quad A_4 = -0,0875, \\ A_5 = 2,298.$$

Les termes successifs du développement suivant les puissances de k sont :

$$0,2165 - 0,0028 + 0,0214 - 0,0006 + 0,0031 + \dots = 0,2376$$

L'inductance mutuelle M des cercles donnés est donc

$$M = 8\pi^2 \frac{3^2 2^2}{62,78 \sqrt{62,78}} 0,2376 = 1,36 \quad (\text{cm})$$

L'erreur ne pouvant dépasser 1 centième.

13. Voir référence 3) dernière citation.

2. En faisant $a = 0$ dans l'exemple précédent, on a le cas où les axes perpendiculaires aux plans des deux cercles se rencontrent (fig. 2 a). Les coefficients A_n , déterminés d'après notre 1^{er} cas spécial, sont :

$$A_1 = 0,2165, A_2 = 0,0938, A_3 = 0,2932, A_4 = 0,3404, \\ A_5 = 0,4811, A_6 = 0,5348$$

et les termes successifs du développement suivant les puissances de k , avec $k^2 = 0,204$, sont :

$$0,2165 + 0,0192 + 0,0122 + 0,0029 + 0,0008 + 0,0002 + \dots = \\ = 0,2518.$$

Avec $q^2 = 58,78$, on obtient pour l'inductance mutuelle cherchée

$$M = 8\pi^2 \frac{3^2 \cdot 2^2}{58,78 \sqrt{58,78}} 0,2518 = 1,585.$$

3. Soient $R = 10$ et $r = 6,5$ les rayons de deux cercles concentriques dont les plans forment l'angle $\theta = 60^\circ$ (fig. 2 c). Pour $z = r/R = 0,65$ et $\cos \theta = 0,5$ la figure 3 donne $z_1 = 1,82$, de sorte que l'inductance mutuelle des deux cercles est $M = D z_1 = 36,4$ cm. Une valeur plus exacte de M peut être obtenue en utilisant les coefficients numériques c_{2x} qui ont été donnés pour le cas de cercles concentriques. On obtient, alors, pour la fonction z_1 d'après l'équation (19), la valeur suivante :

$$z_1 = 0,65^2 (4,935 - 0,684 + 0,037 + 0,028 - 0,011 - 0,001) = \\ = 1,818, \text{ de sorte que } M = 36,36 \text{ cm.}$$

4. Deux cercles inégaux se trouvant dans deux plans parallèles (fig. 2 d) sont déterminés par : $R = 5$, $r = 2$, $v = 5$, $a = 3$. Les coefficients B_n , calculés d'après les expressions indiquées au 4^e cas ci-dessus, sont :

$$B_1 = 0,25, B_2 = 0,1031, B_3 = 0,1939, B_4 = 0,1655, B_5 = 0,2501 \\ B_6 = 0,3205.$$

Les termes successifs suivant les puissances de $k^2 = 0,4819$ sont :

$$0,25 + 0,050 + 0,045 + 0,019 + 0,013 + 0,008 + \dots = 0,385$$

de sorte que l'inductance mutuelle des deux cercles est :

$$M = \pi^2 \sqrt{5 \cdot 2} 0,4819 \sqrt{0,4819} 0,385 = 4,02$$

5. La distance entre les axes perpendiculaires aux plans de deux cercles parallèles et égaux de diamètre $D = 20$, est $a = 9$, la distance entre les plans des cercles étant $v = 22$. La figure 4 donne, pour $\gamma = 9/20 = 0,45$ et pour $\xi = 22/20 = 1,1$, la valeur de $\varphi_2 = 0,44$. L'inductance mutuelle de ces deux cercles est donc

$$M = D\varphi_2 = 20 \cdot 0,44 = 8,80 \text{ (cm)}.$$

XIV. Conclusions. — On voit que le problème, en apparence très difficile, de la détermination de l'inductance mutuelle de deux courants circulaires n'ayant aucune position réciproque spéciale, peut être traité d'une façon assez simple au point de vue mathématique, si l'on se contente de déterminer, tout d'abord, une expression s'appliquant aux cercles distants (notre développement suivant les puissances de k) et de la transformer ensuite, si nécessaire, en une expression ayant une convergence plus rapide pour des cercles plus rapprochés (notre développement suivant les puissances de k_1). On a montré que les expressions obtenues coïncident avec les formules connues, applicables dans quelques cas spéciaux et qui ont été parfois établies par des méthodes de calcul toutes différentes. — Les formules données peuvent trouver l'utilisation pratique même s'il s'agit de deux bobines circulaires au lieu de deux cercles : on connaît en effet plusieurs méthodes par lesquelles la détermination de l'inductance mutuelle de deux bobines peut être ramenée à celle de l'inductance mutuelle de cercles.

J. HAK.



MANIPULATION DES ÉMETTEURS RADIOTÉLÉGRAPHIQUES DE GRANDE PUISSANCE

par **Georges FAYARD**

Ingenieur I. E. G.

SOMMAIRE.

Exposant qu'il ne paraît pas suffisant, pour une bonne utilisation du matériel et l'obtention de signaux de bonne qualité, de faire fonctionner les sources d'alimentation à charge constante, à l'aide, notamment, de lampes et de résistances d'absorption, l'auteur indique qu'il est désirable, en outre, de faire fonctionner les lampes émettrices à puissance dissipée constante. Sans s'arrêter aux systèmes à onde de compensation, qui satisfont à cette condition, mais qui font intervenir des émissions non essentielles, dont les fréquences tombent, pour la plupart, en dehors des bandes prescrites, l'auteur décrit un dispositif s'appliquant aussi bien aux étages auto-générateurs qu'aux étages amplificateurs et permettant de faire fonctionner les lampes d'émission à rendement constant, le débit de la source d'alimentation étant lui-même constant à tout instant du régime de manipulation.

Fonctionnement à charge constante imposée aux sources d'alimentation. — Les installations modernes radiotélégraphiques équipées avec lampes triodes de grande puissance fonctionnent généralement dans des conditions de charge constante imposée aux sources d'alimentation; c'est-à-dire que pendant l'émission d'un trait ou d'un point et pendant les intervalles qui sont des suspensions d'émission, la puissance débitée à chaque instant par les sources d'alimentation est sensiblement invariable.

Ces conditions de fonctionnement sont requises principalement pour maintenir en bon état le matériel d'alimentation et obtenir l'efficacité maximum des signaux transmis.

En effet, en l'absence de tout dispositif particulier, la puissance fournie par la source d'alimentation à l'étage à lampes couplé à l'antenne serait, à chaque instant, fonction de la puissance libérée dans le circuit d'antenne; le courant débité par cette source comprendrait ainsi une série de composantes alternatives à des

fréquences variables avec la cadence de la manipulation, pratiquement de quelques périodes à quelques centaines de périodes par seconde. Les à-coups de courant dus aux composantes ayant les plus faibles fréquences apporteraient, ainsi qu'on le vérifie en

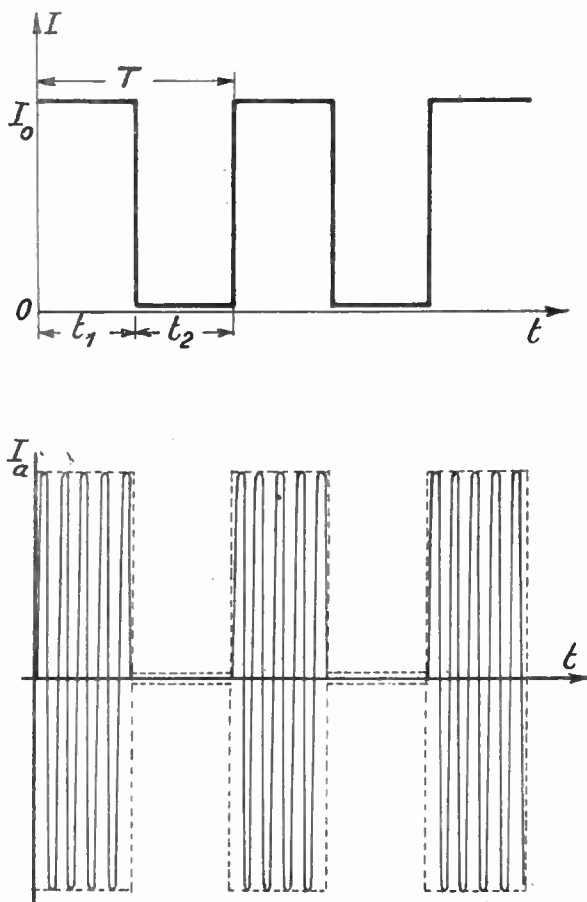


Fig. 1 et 2.

pratique, des perturbations mécaniques devenant, à la longue, de plus en plus dangereuses pour le matériel. Qu'il s'agisse de redresseurs à valves ou de machines à courant continu, les dangers sont les mêmes, à moins, bien entendu, de conditionner le matériel d'une façon particulière et de ne pas être limité par les frais supplémentaires qui en résultent.

Si l'on considère, par exemple, la transmission d'une série de

points, le courant débité par la source d'alimentation non munie de dispositif à débit constant aurait théoriquement l'allure représentée figure 1 et, dans l'hypothèse où la durée d'un point égale celle d'un intervalle de silence, le courant peut être représenté par l'expression :

$$I_0 + \frac{4}{\pi} \frac{I_0}{2} \left(\sin \frac{2\pi}{T} + \frac{1}{3} \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \frac{1}{5} \sin \left(\frac{2\pi}{5} \right) \text{ etc....} \right).$$

En pratique, les constantes de temps des sources d'alimentation et des filtres qui leur sont associés modifient sensiblement l'allure

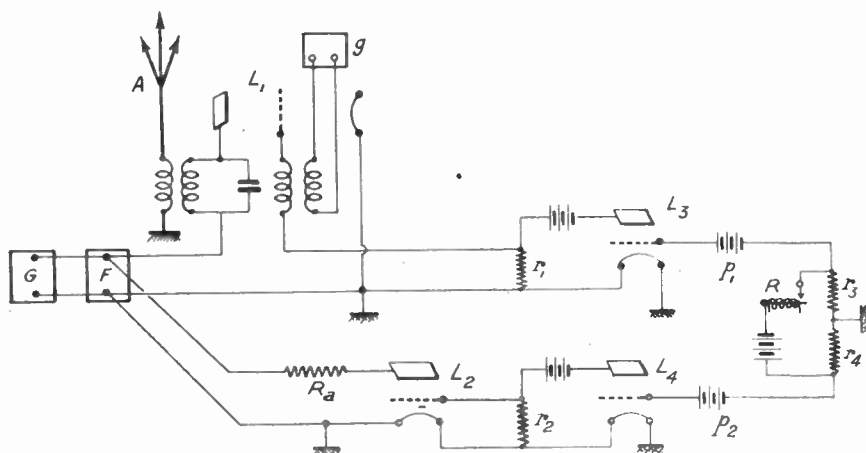


Fig. 3.

du courant, et, seules, les composantes à fréquences basses sont transmises; ce sont d'ailleurs les plus dangereuses pour le matériel.

Quant à l'efficacité des signaux, il est bien évident qu'elle est maximum lorsque l'enveloppe du courant d'antenne se rapproche le plus possible de celle indiquée figure 2, qui correspond à la transmission intégrale de toutes les composantes de périodes T , $\frac{T}{3}$, $\frac{T}{5}$ etc., l'absorption de ces composantes faisant perdre à la courbe-enveloppe du courant d'antenne son allure rectangulaire, ce qui a évidemment pour conséquence une réduction de l'efficacité du signal.

Le maintien du débit constant de la source d'alimentation, en

même temps qu'il constitue un excellent régime de marche pour cette source, supprime les plus importantes causes de distorsion des signaux.

Divers systèmes sont utilisés pour réaliser la constance du débit. Pour la plupart, ils consistent essentiellement à faire passer, sur d'autres lampes, dites d'absorption, pendant l'intervalle entre signaux, la charge appliquée aux lampes émettrices pendant la transmission du signal. L'impédance de débit de ces lampes d'absorption est généralement une résistance de valeur convenable. Le passage de charge est assez délicat à bien effectuer, et l'on conçoit facilement que les meilleurs montages à adopter soient ceux qui font intervenir le minimum d'intermédiaires mécaniques. On a indiqué, figure 3, l'un de ces montages, dans lequel

G et F représentent la source d'alimentation à courant continu et le filtre ;

L_1 une lampe d'émission fonctionnant en amplificateur à haute fréquence, couplée avec une antenne A et excitée par une source à haute fréquence g ;

L_2 une lampe triode d'absorption débitant dans une résistance de charge R_a ;

L_3 et L_4 sont respectivement les lampes de commande de la polarisation des lampes L_1 et L_2 .

Les débits de L_3 et L_4 sont commandés par le contact du relais R, qui peut représenter le relais de manipulation.

Les réglages et caractéristiques des divers éléments du montage sont établis de telle sorte que lorsque le contact du relais est supprimé, la polarisation de L_3 , assurée uniquement par la source p_1 , est réglée à une valeur telle que la lampe L_1 débite normalement dans l'antenne ; d'autre part, la polarisation de L_4 , assurée par p_2 , est ajustée de façon que r_2 soit parcouru par un courant d'intensité élevée et que, par suite, L_2 n'emprunte aucune énergie à la source F.

Lorsque, au contraire, le relais R est fermé, la tension de polarisation de L_3 , qui était p_1 , est réduite de la chute de tension dans r_3 et, par suite, r_1 , parcouru par un courant d'intensité élevée, présente à ses bornes une tension suffisante pour bloquer l'oscillation de la lampe L_1 . En même temps, et sous l'effet du même contact de fermeture, la tension développée aux bornes de r_4 , de

sens inverse de celle produite en r_3 , s'ajoute à p_2 pour fortement polariser négativement la lampe L_1 et tendre, par suite, en réduisant le courant circulant dans r_2 , à permettre à la lampe L_2 d'absorber l'énergie précédemment absorbée par L_1 .

Fonctionnement à dissipation constante sur les anodes des lampes émettrices. — Si le résultat obtenu ainsi est tout à fait satisfaisant vis-à-vis de la source d'alimentation, il reste insuffisant vis-à-vis de l'émetteur lui-même. En effet, les variations de dissipation

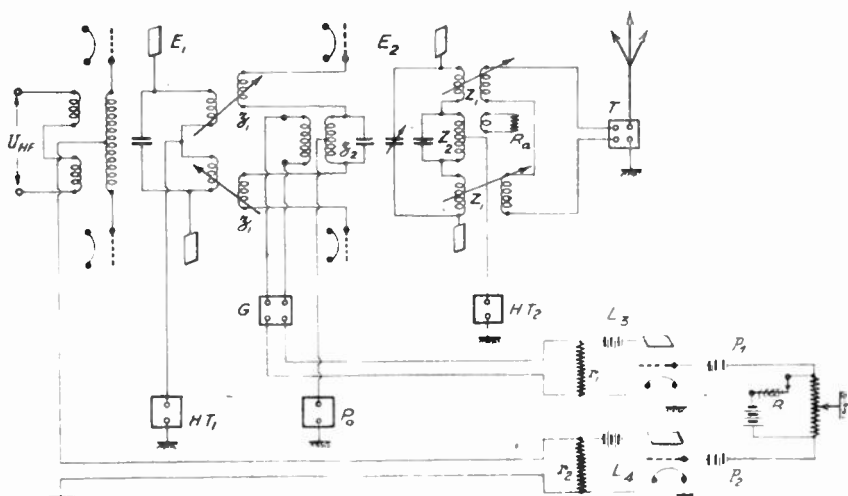


Fig. 4.

d'énergie sur les anodes des lampes oscillatrices, à la cadence de la manipulation, entraînent des variations concomitantes des caractéristiques internes, qui se traduisent, dans le régime transitoire du signal, par des variations de fréquence, s'il s'agit d'un étage auto-oscillateur, ou d'amplitude, s'il s'agit d'un étage amplificateur. Ces perturbations sont évidemment particulièrement gênantes pour les émetteurs à ondes courtes. Par suite, c'est bien la puissance dissipée sur l'anode qu'il paraît utile de maintenir constante à tout instant du régime de manipulation.

La figure 4 représente le schéma d'un dispositif satisfaisant à cette condition et permettant, en outre, de maintenir constante la charge imposée à la source d'alimentation *sans d'ailleurs faire usage de lampes d'absorption*. Le dispositif est appliqué au cas

d'un émetteur à étages amplificateurs. Au contraire la figure 6 concerne l'application à un émetteur auto-oscillateur.

Dans le schéma de la figure 4, E_1 représente l'avant-dernier étage de l'émetteur, E_2 le dernier étage, couplé à l'antenne d'émission par l'intermédiaire d'un transformateur T. Les lampes de l'étage E_2 sont connectées à un double réseau d'impédances, z_1 , Z_1 d'une part, z_2 , Z_2 d'autre part, appropriées à des fréquences

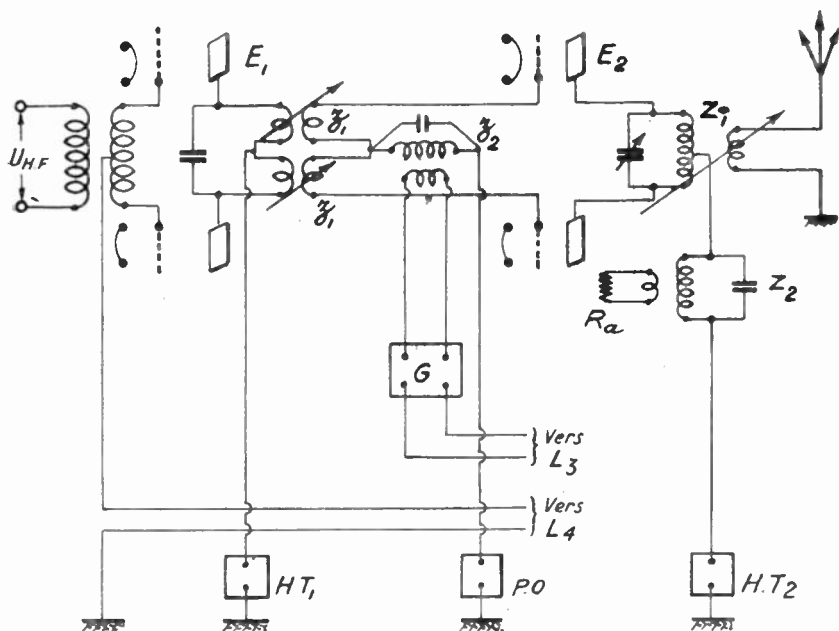


Fig. 5.

d'utilisation distinctes et ayant des valeurs relatives telles que pour l'une, z_2 est négligeable devant z_1 et Z_2 négligeable devant Z_1 , et *vice versa* pour l'autre fréquence. Dès lors, si l'on désigne par f et F ces fréquences et si G représente un petit générateur à lampe oscillant à la fréquence F , on peut remarquer que le petit générateur G ne fonctionnant pas et l'étage E_1 étant en marche normale, l'étage E_2 débitera dans l'antenne la puissance requise, une énergie négligeable étant absorbée par la résistance R de l'impédance Z_2 . Au contraire, z_2 et Z_2 étant ajustées d'une façon convenable, si l'étage E_1 a son circuit de grille fortement polarisé négativement et par conséquent se trouve inapte à exciter l'étage E_2 , il suffira

de débloquent le fonctionnement du générateur G pour que l'étage E_2 débite dans la résistance R_a de l'impédance Z_2 l'énergie précédemment libérée dans l'antenne. On conçoit qu'il soit facile de réaliser le réglage des impédances z_2, Z_2 de telle façon que la puis-

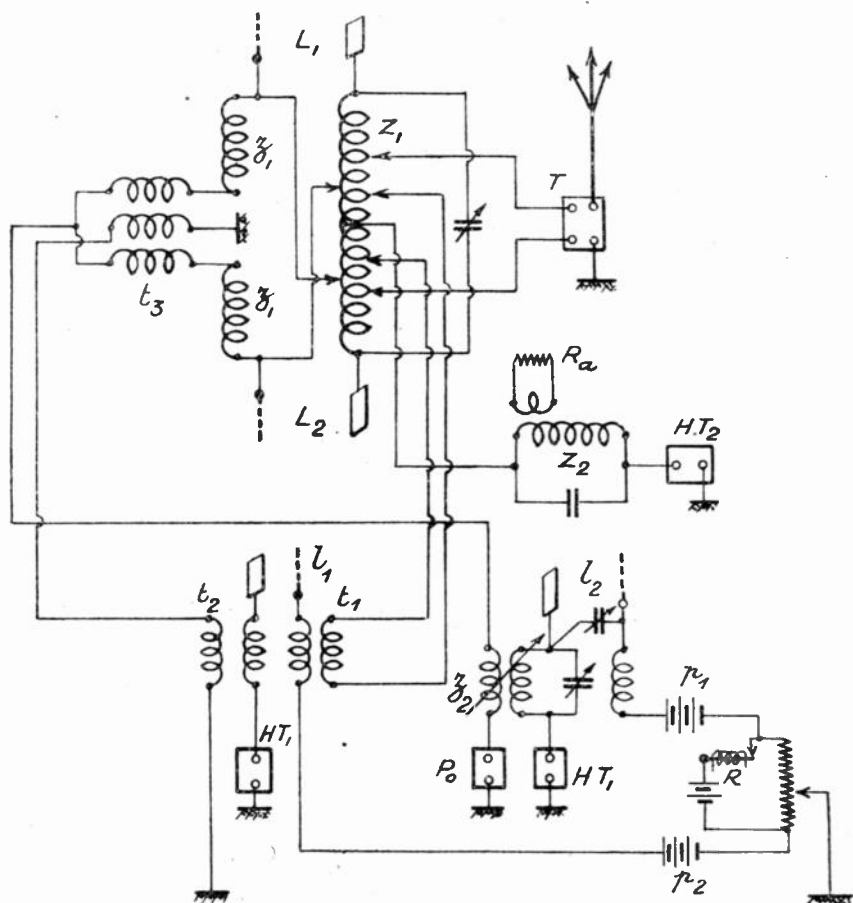


Fig. 6.

(Dans le transformateur à trois enroulements, en haut et à gauche, l'un des enroulements extérieurs tourne en sens inverse des deux autres.)

sance dissipée dans les anodes et le rendement soient respectivement les mêmes, dans un cas comme dans l'autre, et, par conséquent, d'obtenir un débit rigoureusement constant pour la source d'alimentation.

En pratique, dans le cas où l'émetteur fonctionne sur moyennes

et petites ondes, on peut adopter, pour le générateur G , une fréquence de fonctionnement comprise entre 10.000 et 30.000 p. p. s.; néanmoins, s'il fallait que F et f eussent des valeurs moins éloignées l'une de l'autre, on pourrait encore fonctionner dans des conditions équivalentes, en réalisant le montage de l'étage E_2 comme il est indiqué figure 5. E_2 comprendrait deux lampes fonctionnant en montage symétrique pour l'excitation de l'antenne et en montage parallèle pour libérer l'énergie de compensation.

Dans ce système, la manipulation ne présente aucune difficulté, étant donné qu'*aucun organe mécanique supplémentaire n'est nécessaire*. On pourra utiliser les lampes L_3 et L_4 , commandées par le relais R , figure 3. Suivant un processus analogue, ces lampes mettront successivement en service, soit l'étage E_1 , soit le générateur G , pour l'excitation de l'étage de puissance E_2 .

Pour des émetteurs destinés à fonctionner à des vitesses de manipulation très élevées (300 à 400 mots par minute), on choisira une fréquence F de compensation d'une valeur suffisamment grande pour que la durée d'établissement de l'oscillation n'affecte pas sensiblement la qualité du signal et on aura recours, de préférence, au schéma de la figure 5.

Application du dispositif à un étage auto-générateur. — La figure 6 représente une application du dispositif à un émetteur auto-oscillateur; Z_1 représente l'impédance de plaque appropriée à la fréquence d'utilisation et couplée à l'antenne par un transformateur T . L'entretien des lampes L_1 , L_2 est assuré par le couplage convenable entre l'impédance de grille z_1 et Z_1 . En outre, l'auto-oscillation peut être bloquée, par un étage amplificateur apériodique et par l'intermédiaire des transformateurs t_1 , t_2 , t_3 . Lorsque l'auto-oscillation est bloquée, c'est-à-dire lorsque la lampe L_1 a son circuit de grille polarisé normalement pour fonctionner en amplificatrice, l'étage L_1 , L_2 fonctionne en amplificateur excité par la lampe L_2 et débite l'énergie, préalablement transférée à l'antenne, dans la résistance d'absorption R_a couplée à l'impédance Z_2 .

La manipulation est facilement assurée par un relais R , qui agit simultanément sur les polarisations des lampes L_1 , L_2 dans le sens voulu et suivant un processus analogue à celui décrit précédemment.

Conclusions. — L'application de ce système, outre qu'elle permet de réaliser une utile uniformité dans le régime de marche des lampes d'émission, conduit à une réduction assez importante des frais de premier établissement et d'exploitation, par la suppression des lampes d'absorption utilisées dans la plupart des autres systèmes.

Les lampes d'absorption, de caractéristiques différentes de celles des lampes d'émission, sont néanmoins d'une puissance nominale sensiblement égale à celle de ces dernières. Elles ne peuvent guère, en effet, fonctionner avec un rendement plus élevé. Comparativement au prix global de l'installation, leur prix, celui de l'alimentation et de l'appareillage indispensable qui leur est associé, constituent une fraction importante de ce prix global. De même, dans les frais d'exploitation, la part qui leur revient est de l'ordre de grandeur de celle revenant aux lampes d'émission. Dans le système que nous venons de décrire, le matériel qui les remplace, en quelque sorte, consiste en un étage générateur, d'une puissance nominale au maximum égale au $1/10$ de la puissance des lampes d'émission. Le prix de ce matériel et les frais d'exploitation sont donc beaucoup moins élevés.

Quant à l'impédance Z_2 (l'impédance z_2 étant d'importance négligeable), elle peut être constituée par des condensateurs fixes et des inductances de qualité médiocre, puisque cette impédance concourt, avec la résistance d'absorption, à dissiper l'énergie de compensation. La résistance d'absorption est évidemment la même, quel que soit le procédé utilisé.

G. FAYARD.

